Раздел I

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Планиметрия

1. Углы

Углом называется геометрическая фигура (рис. 1), образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.

Точка O — вершина угла, а лучи OA и OB — стороны угла.

Обозначение: $\angle AOB$ или $\angle ab$.

Угол в 90° называется **прямым** (рис. 2).

Угол, меньший прямого, называется **острым** (рис. 3).

Угол, больший прямого, но меньший развернутого, называется **тупым** (рис. 4).

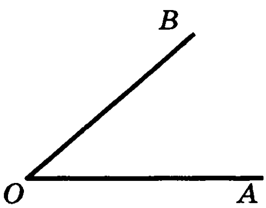


Рис. 1

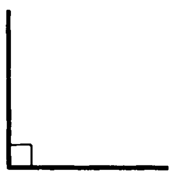


Рис. 2

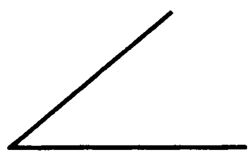


Рис. 3

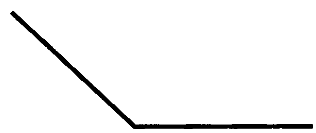


Рис. 4

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого (рис. 5).

$\angle AOC$ и $\angle DOB$; $\angle BOC$ и $\angle AOD$ — вертикальные.

Вертикальные углы равны: $\angle AOC = \angle DOB$ и $\angle BOC = \angle AOD$.

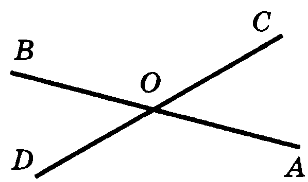


Рис. 5

Два угла называются **смежными**, если у них одна сторона общая, а две другие составляют прямую линию (рис. 6), $\angle AOC$ и $\angle BOC$ — смежные.

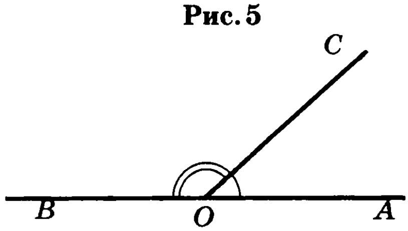


Рис. 6

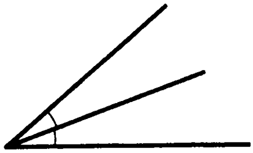


Рис. 7

Сумма смежных углов равна 180°.

Биссектрисой угла называется луч, проходящий между сторонами угла и делящий его пополам (рис. 7).

Биссектрисы вертикальных углов составляют продолжение друг друга (рис. 8).

Биссектрисы смежных углов взаимно перпендикулярны (рис. 9).

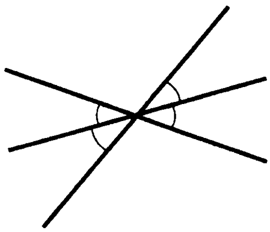


Рис. 8

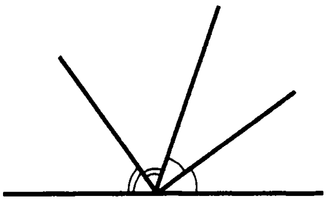


Рис. 9

При пересечении двух прямых a и b третьей c (секущей) образуется 8 углов (рис. 10):

соответственные углы:
$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 8$, $\angle 3$ и $\angle 7$;
внутренние накрест лежащие:
$\angle 4$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 5$;
внешние накрест лежащие:
$\angle 1$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 8$;
внутренние односторонние:
$\angle 4$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 6$;
внешние односторонние:
$\angle 1$ и $\angle 8$, $\angle 2$ и $\angle 7$.

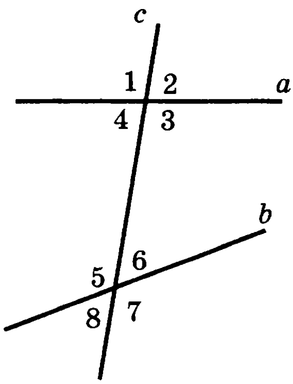


Рис. 10

2. Многоугольник

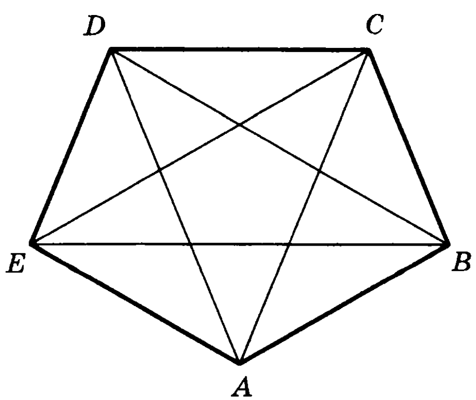


Рис. 11

$ABCDE$ — пятиугольник (рис. 11).

Точки A, B, C, D, E — вершины многоугольника; $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$ — углы; AB, BC, CD и т. д. — стороны; отрезки AC, AD, BE, BD, CE — диагонали; $P = AB + BC + ... + EA$ — периметр многоугольника.

Многоугольник называется **выпуклым** (рис. 11), если он целиком расположен по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины. В противном случае многоугольник называется **невыпуклым** (рис. 12).

Свойства:

1. Сумма внутренних углов произвольного n-угольника равна $180° \cdot (n - 2)$.

2. Сумма внешних углов выпуклого n-угольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360°.

3. В выпуклом n-угольнике из каждой вершины можно провести $(n - 3)$ диагоналей, которые разбивают n-угольник на $(n - 2)$ треугольников.

4. В выпуклом n-угольнике число диагоналей равно $\frac{1}{2}n(n - 3)$.

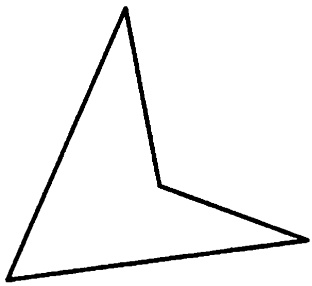


Рис. 12

3. Правильные многоугольники

Выпуклый многоугольник, у которого равны все углы и стороны, называется **правильным**.

Свойства:

1. Каждый угол правильного n-угольника равен $\alpha_n = \frac{180°(n-2)}{n}$.

2. Около правильного n-угольника можно описать окружность, и притом только одну.

3. В правильный n-угольник можно вписать окружность, и притом только одну.

4. Окружность, вписанная в правильный n-угольник, касается всех сторон n-угольника в их серединах.

5. Центр окружности, описанной около правильного n-угольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же n-угольник.

6. Длина стороны правильного n-угольника, вписанного в окружность радиуса R, равна $a = 2R\sin\frac{180°}{n}$.

7. Длина стороны правильного n-угольника, описанного около окружности радиуса r, равна $a = 2r\,\mathrm{tg}\frac{180°}{n}$.

4. Треугольник

Треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, последовательно соединяющих эти точки.

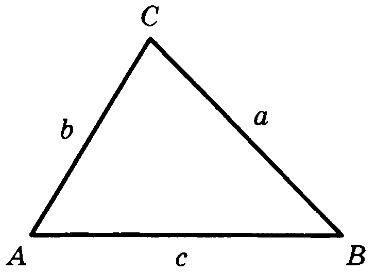


Рис. 13

Точки A, B, C — **вершины** ΔABC.

Отрезки AB, BC и AC — **стороны**, $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$ — **углы**.

Стороны треугольника часто обозначают малыми буквами (рис. 13):

$$AB = c,\ BC = a,\ AC = b.$$

$P = a + b + c$ — **периметр** треугольника.

Треугольник, у которого все углы острые, называется **остроугольным** (рис. 13).

Треугольник, у которого угол прямой, называется **прямоугольным** (рис. 14).

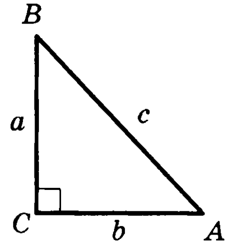


Рис. 14

Стороны, образующие прямой угол, называются **катетами** (a и b), а сторона, лежащая против прямого угла, — **гипотенузой** (c).

Треугольник с тупым углом называется **тупоугольным** (рис. 15).

Треугольник, у которого две стороны равны, называется **равнобедренным** (рис. 16).

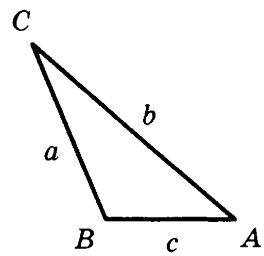


Рис. 15

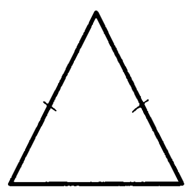


Рис. 16

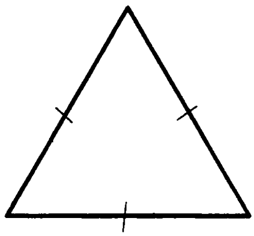


Рис. 17

Равные стороны называются **боковыми**, а третья сторона — **основанием** равнобедренного треугольника.

Треугольник, у которого все стороны равны, называется **равносторонним** (рис. 17).

Каждый угол равностороннего треугольника равен 60°.

Свойства равнобедренного треугольника:

1. Углы при основании равны.
2. Биссектриса, проведенная к основанию, является одновременно медианой и высотой.
3. Высота, проведенная к основанию, является одновременно медианой и биссектрисой.

4. Медиана, проведенная к основанию, является одновременно высотой и биссектрисой.

Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника (рис. 18).

$\angle CBD$ — внешний угол треугольника.

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним (рис. 18): $\angle CBD = \angle A + \angle C$.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон, называется **средней линией** треугольника (рис. 19).

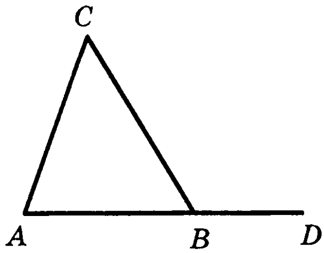


Рис. 18

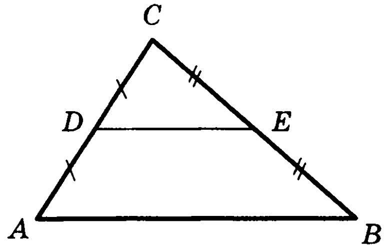


Рис. 19

5. Признаки равенства треугольников

I признак *(признак равенства по двум сторонам и углу между ними)*

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 20).

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$.

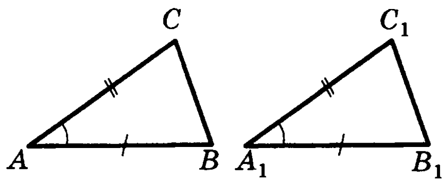


Рис. 20

II признак *(признак равенства по стороне и прилежащим к ней углам)*

Если сторона и два прилежащих угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 21).

$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

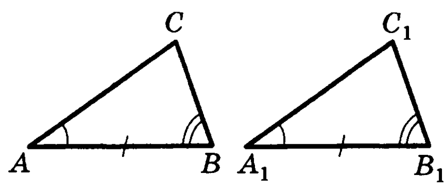


Рис. 21

III признак *(признак равенства по трем сторонам)*

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 22).

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$.

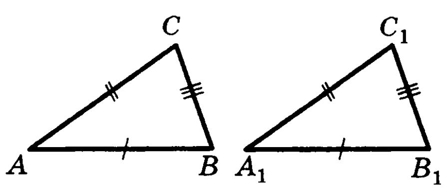


Рис. 22

6. Неравенства треугольника

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон:

$$a < b + c,\ b < a + c,\ c < a + b.$$

7. Определение вида треугольника по его сторонам

Пусть c — наибольшая сторона, тогда:
а) если $c^2 < a^2 + b^2$, то треугольник остроугольный;
б) если $c^2 > a^2 + b^2$, то треугольник тупоугольный;
в) если $c^2 = a^2 + b^2$, то треугольник прямоугольный.

8. Прямоугольные треугольники (некоторые свойства)

1) Сумма острых углов равна 90° (рис. 23).

$$\angle A + \angle B = 90°.$$

2) Катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы (рис. 24).

$$a = \frac{1}{2}c.$$

3) Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° (рис. 24).

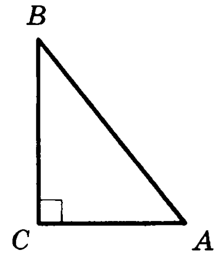


Рис. 23

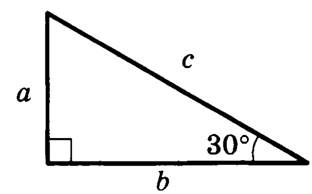


Рис. 24

9. Признаки равенства прямоугольных треугольников

1. **Если катеты** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны (рис. 25).

$$AC = A_1C_1,\ BC = B_1C_1.$$

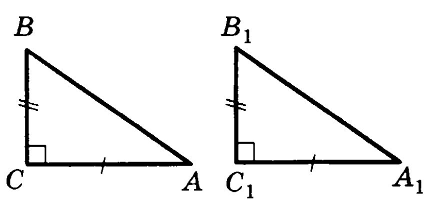


Рис. 25

2. **Если катет и прилежащий к нему острый угол** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему углу другого, то такие треугольники равны (рис. 26).

$$AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1.$$

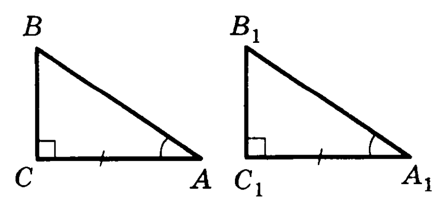


Рис. 26

3. **Если гипотенуза и острый угол** одного прямоугольного треугольника

соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны (рис. 27).

$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$.

4. **Если гипотенуза и катет** одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны (рис. 28).

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$.

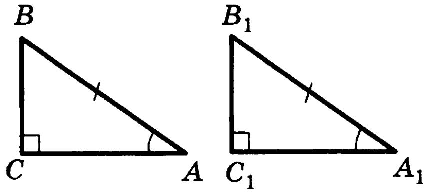


Рис. 27

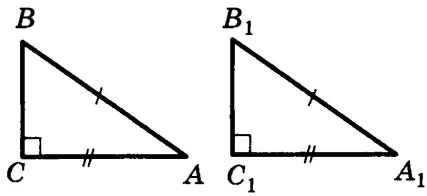


Рис. 28

10. Четыре замечательные точки треугольника

С каждым треугольником связаны 4 точки:

1) точка пересечения медиан;
2) точка пересечения биссектрис;
3) точка пересечения высот (или их продолжений);
4) точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам.

Эти четыре точки называются **замечательными точками треугольника.**

Высотой треугольника называется длина перпендикуляра, опущенного из любой его вершины на противолежащую сторону или ее продолжение.

В *тупоугольном треугольнике* (рис. 29) две высоты падают на продолжение сторон и лежат вне треугольника, а третья внутри.

В *остроугольном треугольнике* (рис. 30) все три высоты лежат внутри треугольника.

В *прямоугольном треугольнике* катеты одновременно служат и высотами (рис. 31).

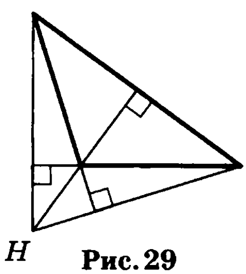


Рис. 29

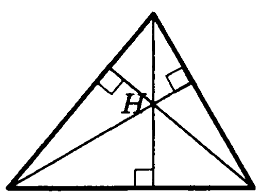


Рис. 30

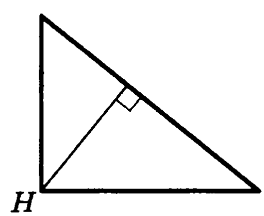


Рис. 31

Три высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке, называемой **ортоцентром**. В тупоугольном треугольнике ортоцентр лежит вне треугольника. В прямоугольном треугольнике он совпадает с вершиной прямого угла.

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

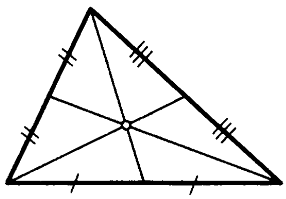


Рис. 32

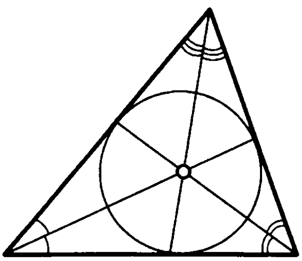


Рис. 33

Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром тяжести треугольника** (рис. 32).

Эта точка делит каждую медиану в отношении 2 : 1 (считая от соответствующей вершины).

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла от вершины до пересечения с противолежащей стороной.

Три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром вписанного круга** (рис. 33).

Три перпендикуляра к сторонам треугольника, проведенные через их середины (рис. 34, 35, 36), пересекаются в одной точке, которая является **центром описанной окружности.**

В тупоугольном треугольнике (рис. 34) эта точка лежит **вне** треугольника, в остроугольном (рис. 35) — **внутри**, в прямоугольном — **на середине** гипотенузы.

Ортоцентр, центр тяжести, центр вписанной и описанной окружностей совпадают друг с другом только в **равностороннем** треугольнике.

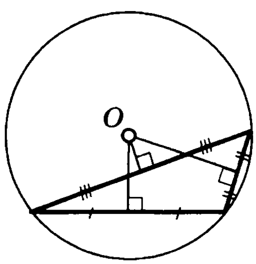


Рис. 34

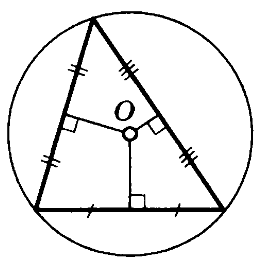


Рис. 35

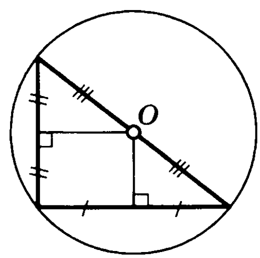


Рис. 36

11. Произвольный треугольник

1) **Свойство биссектрисы** (рис. 37) внутреннего угла треугольника:

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}.$$

2) **Длина биссектрисы:**

$$l_c = \sqrt{ab - a_1 b_1};$$

$$l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}.$$

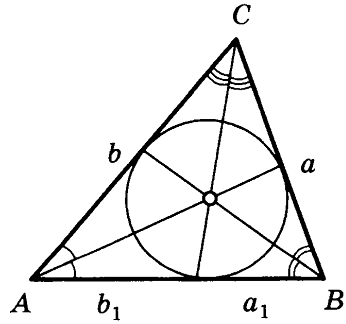


Рис. 37

3) Длина медианы:

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}\,.$$

4) Длина высоты:

$$h_c = \frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\,,$$

где a, b, c — стороны треугольника,

$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ — полупериметр,

h_c — высота, проведенная к стороне c.

5) Зависимость между сторонами и высотами:

$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}\,.$$

6) Зависимость между высотами и радиусом вписанной окружности:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}\,.$$

12. Теорема Чевы

Для того чтобы прямые BE, AD и CF (рис. 38) пересекались в одной точке, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{BC}{CD}\cdot\frac{CE}{AE}\cdot\frac{AF}{BF} = 1.$$

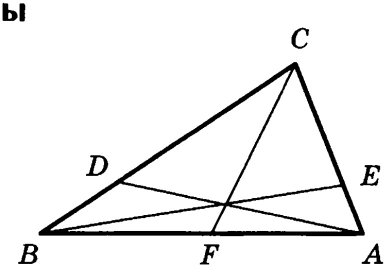


Рис. 38

13. Теорема Менелая

Если на сторонах BC, AB и продолжении стороны AC ΔABC за точку C отмечены соответственно точки A_1, C_1 и B_1, лежащие на одной прямой, то

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$

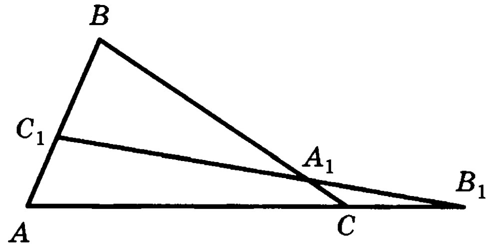


Рис. 39

14. Теорема синусов

Во всяком треугольнике стороны относятся как синусы противолежащих углов:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R,$$

где R — радиус окружности, описанной около треугольника.

15. Теорема косинусов

Квадрат одной из сторон треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha,$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta,$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma.$$

16. Площадь треугольника

1) $S = \frac{1}{2}ah_a$;

2) $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$;

3) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона);

4) $S = p\,r$, где $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$;

5) $S = \frac{abc}{4R}$;

6) $S = \frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}$.

17. Равносторонний (правильный) треугольник (рис. 40)

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $a = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$;

$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$; $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$; $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

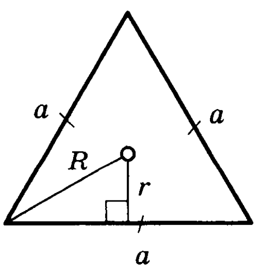


Рис. 40

18. Подобные треугольники

Два треугольника называются **подобными**, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого (рис. 41).

AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, AC и A_1C_1 — сходственные стороны.

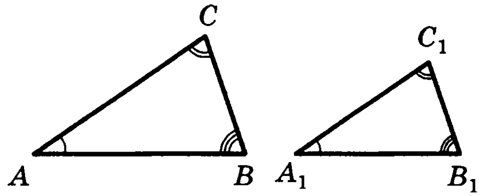


Рис. 41

Из подобия треугольников следует:

$$\angle A = \angle A_1,\ \angle B = \angle B_1,\ \angle C = \angle C_1.$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = k,$$

где k — коэффициент подобия.

Обозначение: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Если два треугольника подобны, то отношение их площадей равно k^2, т. е. $S_{\Delta ABC} : S_{\Delta A_1B_1C_1} = k^2$.

19. Признаки подобия треугольников

I признак: если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны (рис. 42).

$$\angle A = A_1,\ \angle B = B_1.$$

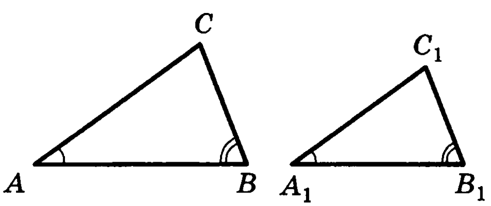


Рис. 42

II признак: если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключенные между ними, равны, то такие треугольники подобны (рис. 43).

$$\angle A = \angle A_1,$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

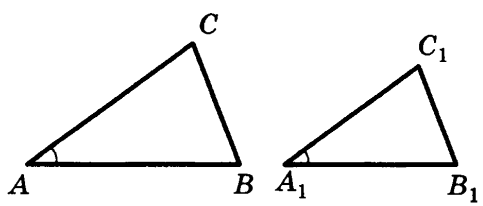


Рис. 43

III признак: если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны (рис. 44).

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

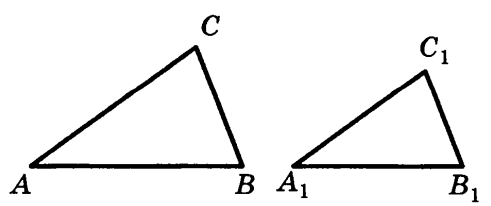


Рис. 44

Площади подобных фигур (в частности, многоугольников) пропорциональны квадратам их сходственных сторон.

В частности, **площади кругов** относятся как квадраты радиусов (или диаметров).

20. Четырехугольник

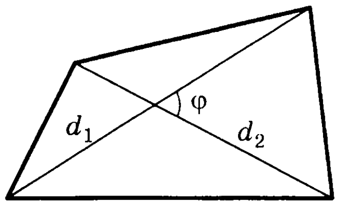


Рис. 45

1. Произвольный выпуклый (d_1 и d_2 — диагонали, φ — угол между ними) (рис. 45).

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi.$$

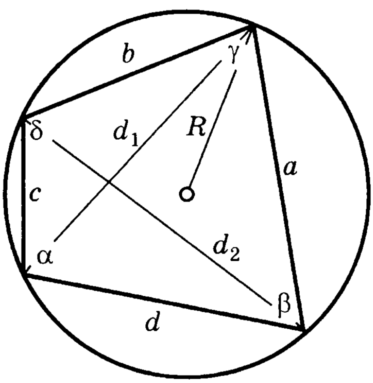


Рис. 46

2. Вписанный (рис. 46).

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°.$$

В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°. Верно и обратное.

$$ac + bd = d_1 d_2$$

(теорема Птолемея).

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где $p = \frac{1}{2}(a + b + c + d)$.

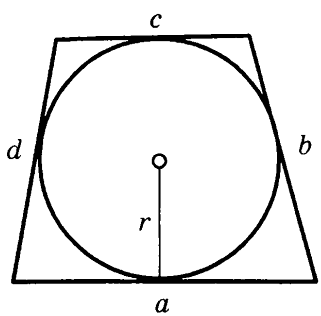


Рис. 47

3. Описанный.

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны (рис. 47).

$$a + c = b + d, \quad S = p \cdot r.$$

21. Параллелограмм

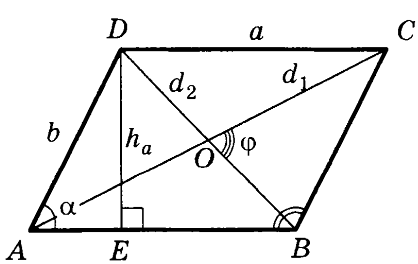


Рис. 48

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны (рис. 48).

$$AB \parallel DC, AD \parallel BC$$

(a и b — смежные стороны; α — угол между ними; h_a — высота, проведенная к стороне a).

$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$ — зависимость между сторонами и диагоналями;

$S = a \cdot h_a = ab \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$ — площадь параллелограмма.

Некоторые свойства:

1. В параллелограмме противоположные стороны и углы равны ($AB = DC$; $AD = BC$; $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$).

2. Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам ($AO = OC$; $BO = OD$).

3. Сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна $180°$ ($\angle A + \angle B = 180°$ и т. д.).

4. Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника ($\Delta ADC = \Delta ABC$, $\Delta ABD = \Delta BCD$).

5. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник (рис. 49).

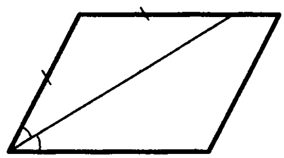


Рис. 49

Признаки параллелограмма (рис. 48)

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны ($AB = DC$, $AB \parallel CD$), то такой четырехугольник — параллелограмм.

2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны ($AB = DC$, $AD = DC$), то такой четырехугольник — параллелограмм.

3. Если в четырехугольнике противоположные углы попарно равны ($\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$), то такой четырехугольник — параллелограмм.

4. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и в точке пересечения делятся пополам, то такой четырехугольник — параллелограмм.

22. Трапеция

a и b – основания; h — высота; d_1 и d_2 — диагонали; φ — угол между ними (рис. 50).

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две не параллельны.

$AB \parallel DC$, AB и DC — основания трапеции, AD и BC — боковые стороны.

Отрезок l, соединяющий середины боковых сторон, называется **средней линией трапеции.**

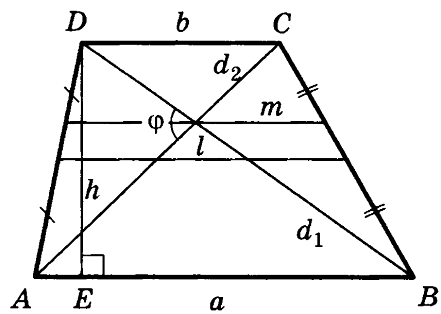


Рис. 50

$l = \frac{1}{2}(a + b)$ — длина средней линии трапеции.

$m \parallel a \parallel b$, $m = \dfrac{2ab}{a+b}$.

$\angle A + \angle D = 180°$; $\angle B + \angle C = 180°$.

$S = l \cdot h = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \sin\varphi$ — площадь трапеции.

1. Равнобедренная трапеция

Если у трапеции боковые стороны равны, то такая трапеция называется равнобедренной (рис. 51).

$$AD = BC.$$

В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны ($\angle A = \angle B$; $\angle C = \angle D$) и диагонали равны ($AC = BD$).

$$AE = \frac{1}{2}(a - b).$$

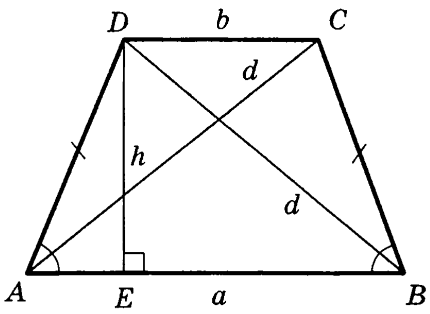


Рис. 51

Если $AC \perp BD$, то $S = h^2$.

$AB + CD = 2AD$ (рис. 52).

$h = 2r$, r — радиус вписанной окружности; $h = \sqrt{ab}$.

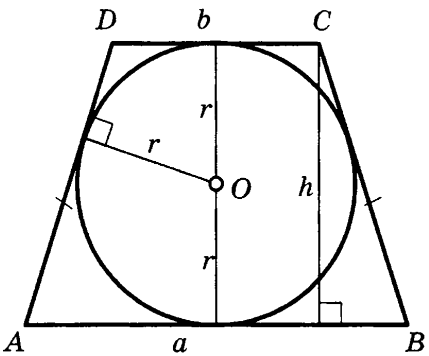


Рис. 52

R — радиус описанной окружности.

Точка O — центр окружности, описанной около любого треугольника, вершины которого совпадают с вершинами трапеции (рис. 53).

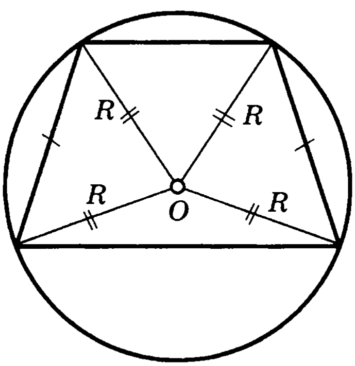


Рис. 53

2. Прямоугольная трапеция

Если в трапеции один из углов прямой, то такая трапеция называется **прямоугольной** (рис. 54).

$$\angle D = \angle C = 90°.$$

$BE = CD = h$ (высота трапеции).

$$AE = a - b.$$

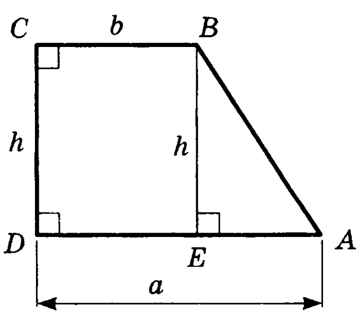


Рис. 54

23. Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые (рис. 55).

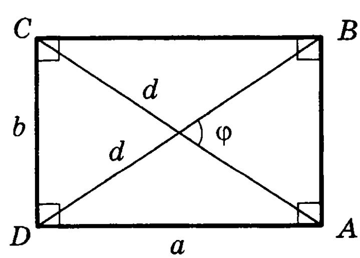


Рис. 55

Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма. Кроме того, **у прямоугольника диагонали равны.**

Стороны прямоугольника одновременно являются и высотами.

$$d^2 = a^2 + b^2.$$

$$S = ab = \frac{1}{2}d^2 \sin \varphi.$$

24. Ромб

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны (рис. 56).

Так как ромб является параллелограммом, то он обладает всеми его свойствами.

Кроме того, *диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.*

$$AC \perp BD.$$

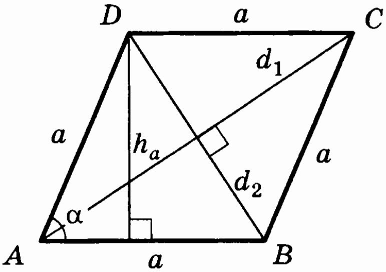


Рис. 56

AC — биссектриса углов A и C; BD — биссектриса углов B и D.

$$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2.$$

$$S = a \cdot h_a = a^2 \sin \alpha = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \text{ — площадь ромба.}$$

25. Квадрат

Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны (рис. 57).

Можно сказать, что квадрат — это ромб с прямым углом.

Квадрат обладает всеми свойствами прямоугольника и ромба.

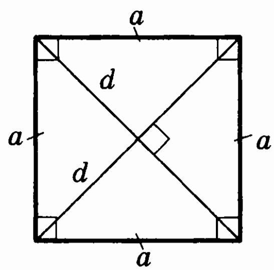


Рис. 57

Основные свойства

1. У квадрата все углы прямые.
2. У квадрата диагонали равны, взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.

26. Окружность

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от одной ее точки (центра) (рис. 58).

Отрезок, соединяющий центр окружности с точкой на окружности, называется **радиусом.**

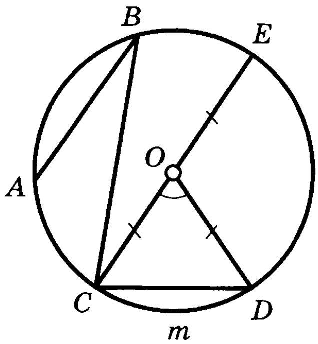


Рис. 58

Обозначение: r или R.

На рисунке $OC = OE = OD = R$.

Часть окружности (например, CmD) называется **дугой.**

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой,** а хорда, проходящая через центр, — **диаметром.**

AB, BC, CD и CE — хорды окружности. CE — наибольшая из хорд — диаметр.

Обозначение: d или D.

$$D = 2R.$$

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом.**

Часть круга, ограниченная дугой (CmD) и стягивающей ее хордой (CD), называется **сегментом.**

Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется **сектором.**

Угол, образованный двумя радиусами, называется **центральным** ($\angle COD$ на рис. 58).

Угол, у которого вершина лежит на окружности, а стороны являются хордами, называется **вписанным** (например, $\angle ABC$).

27. Свойства касательных к окружности

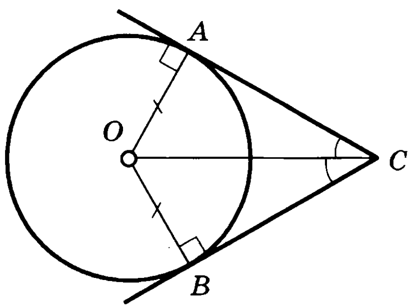


Рис. 59

Угол, образованный двумя касательными (CA и CB), исходящими из одной точки, называется **описанным** ($\angle ACB$ на рис. 59).

1. Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.
2. Две касательные, проведенные к окружности из одной точки, равны, и центр окружности лежит на биссектрисе угла между ними.

28. Окружность и треугольник

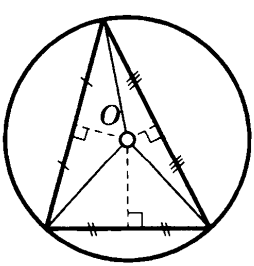


Рис. 60

1. Около всякого треугольника можно описать окружность; центром окружности является точка пересечения перпендикуляров, проведенных к сторонам через их середины (рис. 60).
2. Во всякий треугольник можно вписать окружность; центром окружности является точка пересечения биссектрис (рис. 61).

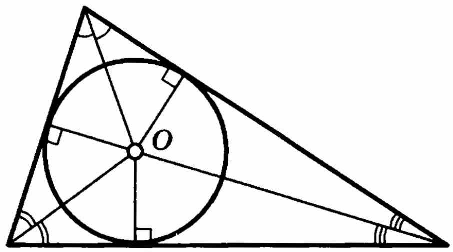


Рис. 61

29. Окружность и четырехугольник

1. Для того чтобы около четырехугольника можно было описать окружность, необходимо и достаточно, чтобы сумма противоположных углов была равна 180° (рис. 62).

$$\alpha + \beta = 180°.$$

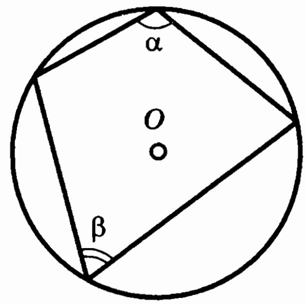


Рис. 62

2. Для того чтобы в четырехугольник можно было вписать окружность, необходимо и достаточно, чтобы суммы противоположных сторон были равны (рис. 63).

$$a + c = b + d.$$

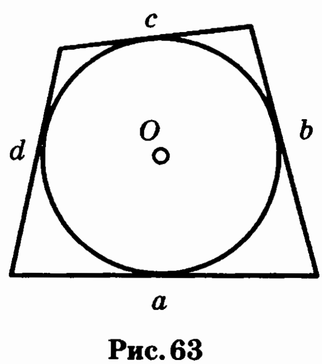


Рис. 63

30. Углы и окружность

Центральный угол измеряется дугой, на которую он опирается (рис. 64).

$$\angle AOB = \cup AmB.$$

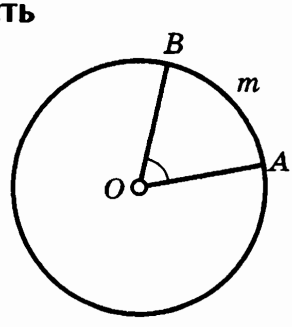


Рис. 64

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается (рис. 65).

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\cup AmC.$$

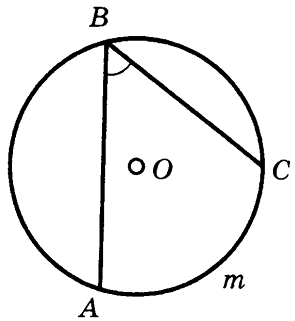


Рис. 65

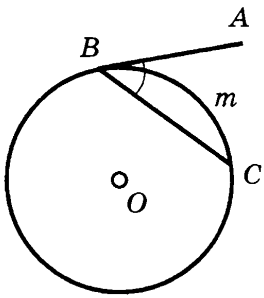


Рис. 66

Угол между хордой и касательной измеряется половиной дуги, заключенной внутри него (рис. 66).

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup BmC.$$

Угол между двумя касательными измеряется полуразностью дуг (рис. 67).

$$\angle ABC = \frac{1}{2}(\cup AmC - \cup AnC).$$

Угол между двумя хордами измеряется полусуммой дуг, на которые он опирается (рис. 68).

$$\angle AEC = \frac{1}{2}(\cup AmC + \cup BnD).$$

Угол между секущими измеряется полуразностью дуг между ними (рис. 69).

$$\angle ABC = \frac{1}{2}(\cup AmC - \cup EnD).$$

Угол между касательной и секущей измеряется полуразностью отсекаемых ими дуг, прилежащих к касательной (рис. 70).

$$\angle ABC = \frac{1}{2}(\cup AmC - \cup CnD).$$

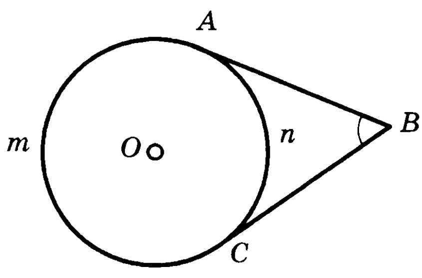


Рис. 67

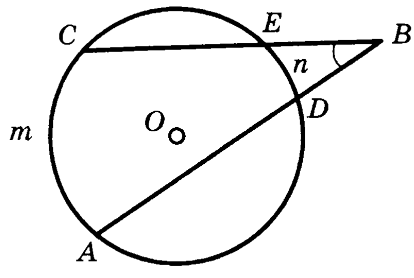


Рис. 69

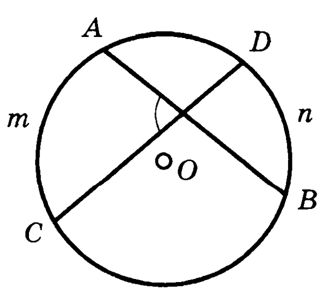


Рис. 68

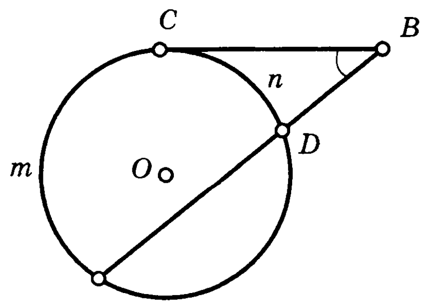


Рис. 70

31. Метрические соотношения в окружности

Если хорды AB и CD пересекаются в точке E, то **произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой** (рис. 71).

$$AE \cdot EB = CE \cdot ED.$$

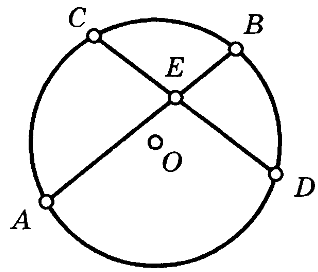


Рис. 71

Если из точки B к окружности проведены две секущие BDA и BEC, то

$$DB \cdot AB = EB \cdot CB \text{ (рис. 72).}$$

Если из точки B к окружности проведены секущая BDA и касательная BC, то **произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной** (рис. 73).

$$AB \cdot DB = BC^2.$$

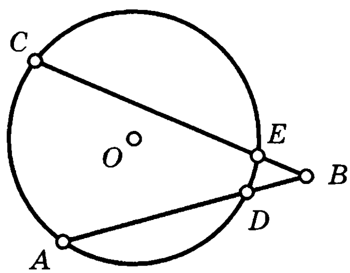


Рис. 72

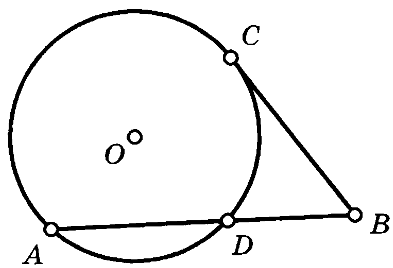


Рис. 73

32. Длина окружности. Площадь круга и его частей

$C = 2\pi R = \pi D$ — длина окружности;

$l = \dfrac{\pi R n^\circ}{180^\circ} = R\alpha$ — длина дуги окружности;

$S_{\text{кр}} = \pi R^2 = \dfrac{1}{4}\pi D^2 = \dfrac{1}{2}CR$ — площадь круга;

$\pi = \dfrac{C}{D} \approx 3{,}14$ — отношение длины окружности к ее диаметру;

$S_{\text{сект.}} = \dfrac{\pi R^2 n}{360}$ — площадь сектора.

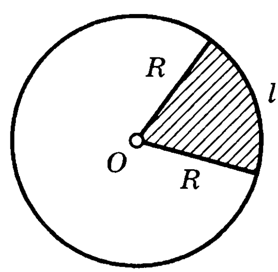


Рис. 74

33. Понятие вектора

Вектором называется направленный отрезок (рис. 75).

Всякий вектор характеризуется:

1) начальной точкой;
2) направлением;
3) длиной (модулем).

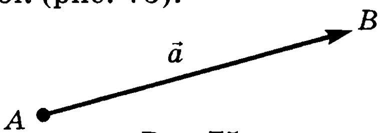


Рис. 75

Длиной (модулем) ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB и обозначается $|\overrightarrow{AB}|$ или $|\vec{a}|$.

34. Равенство векторов

Если ненулевые векторы лежат на одной прямой или параллельных прямых, то они называются *коллинеарными* (рис. 76).

Коллинеарные векторы:

$\vec{a}$, $\vec{m}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{KP}$, $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Неколлинеарные векторы:

$\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{ST}$, $\overrightarrow{KP}$ и $\overrightarrow{ST}$.

Коллинеарные векторы называются *сонаправленными*, если они имеют одинаковые направления.

Например, $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{m}$, $\vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KP}$, $\vec{m} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KP}$.

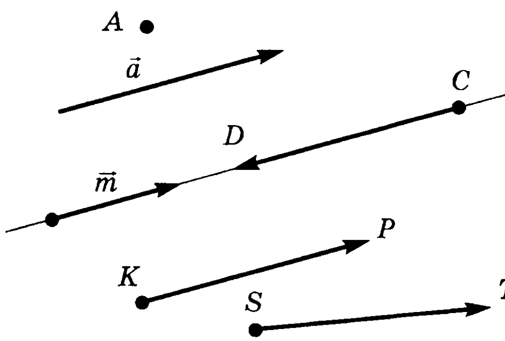


Рис. 76

Коллинеарные векторы называются *противоположно направленными*, если они имеют разные направления.

Например, $\vec{a}$ и $\overrightarrow{CD}$, $\vec{m}$ и $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{KP}$.

Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны.

35. Координаты вектора

Пусть $A(x_1; y_1)$ — начало вектора $\vec{a}$, $B(x_2; y_2)$ — конец вектора $\vec{a}$ (рис. 75).

Координатами вектора $\vec{a}$ называют числа $a_1 = x_2 - x_1$, $a_2 = y_2 - y_1$ и обозначают $\vec{a}(a_1; a_2)$.

Тогда абсолютная величина (модуль) вектора с координатами a_1, a_2 равна $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

Если векторы равны, то у них равны соответствующие координаты. И обратно, если у векторов равны соответствующие координаты, то векторы равны.

36. Действия над векторами

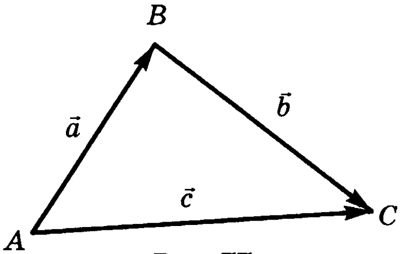


Рис. 77

1. Сумма двух векторов.

Каковы бы ни были точки A, B, C, имеет место векторное равенство (рис. 77):

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC} \text{ (правило треугольника),}$$

$$\text{или } \vec{a}+\vec{b}=\vec{c}.$$

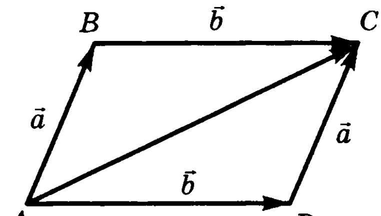


Рис. 78

2. Векторы складываются геометрически по правилу параллелограмма (рис. 78): сумма двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, имеющих общее начало, изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих векторах.

3. Для векторов справедливы *переместительный* и *сочетательный* законы сложения:

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a} \quad \text{и} \quad \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}.$$

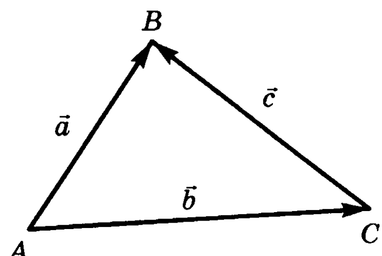


Рис. 79

4. *Разностью векторов* $\vec{a}(a_1;\ a_2)$ и $\vec{b}(b_1;\ b_2)$ называется такой вектор $\vec{c}(c_1;\ c_2)$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ дает вектор $\vec{a}$, т. е.

$$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a} \text{ (рис. 79).}$$

5. Умножение вектора на число.

Произведением вектора $\vec{a}(a_1;\ a_2)$ *на число* k называется вектор $k\vec{a}(ka_1;\ ka_2)$.

Из определения следует, что:

1) *произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор;*

2) *для любого числа* k *и любого вектора* $\vec{a}$ *векторы* $\vec{a}$ *и* $k\vec{a}$ *коллинеарны.*

Основные свойства умножения вектора на число:

1) $(kl)\vec{a}=k(l\vec{a})$ — *сочетательный* закон;

2) $(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$ — *I распределительный* закон;

3) $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$ — *II распределительный* закон.

37. Скалярное произведение векторов

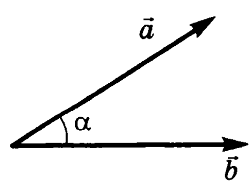


Рис. 80

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин (модулей) на косинус угла между ними (рис. 80).

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha.$

1) Если $\vec{a}\perp\vec{b}$, то $\alpha=90^\circ$, $\cos\alpha=0$, тогда $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

Верно и обратное: если $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$, то $\vec{a}\perp\vec{b}$.

2) Если $\alpha<90^\circ$, то $\vec{a}\cdot\vec{b}>0$; если $\alpha>90^\circ$, то $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$.

38. Скалярное произведение в координатах

Если $\vec{a}\{x_1;\ y_1\}$, $\vec{b}\{x_2;\ y_2\}$, то $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$.

Следствие 1. $\vec{a} \perp \vec{b}$ тогда и только тогда, когда $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$.

Следствие 2. $\cos\alpha = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$, где α — угол между ненулевыми векторами $\vec{a}\{x_1;\ y_1\}$, $\vec{b}\{x_2;\ y_2\}$.

39. Свойства скалярного произведения векторов

1) $\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2$;
2) $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$ (переместительный закон);
3) $(\vec{a} + \vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c}$ (распределительный закон);
4) $(k\vec{a})\cdot\vec{b} = k(\vec{a}\cdot\vec{b})$ (сочетательный закон).

40. Уравнение окружности

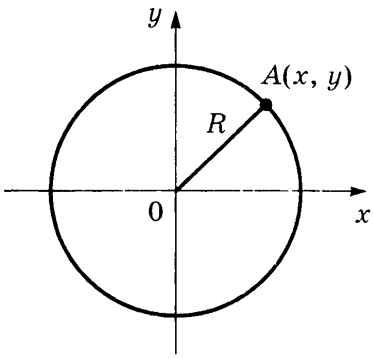


Рис. 81

Если центром окружности является начало координат (рис. 81), то уравнение окружности имеет вид

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Если центр окружности $M(x_0;\ y_0)$, то уравнение окружности имеет вид (рис. 82)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2.$$

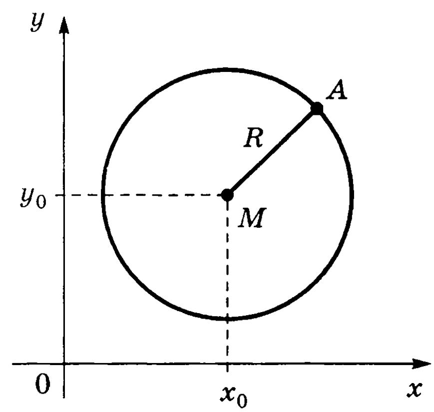


Рис. 82

41. Уравнение прямой

1) Любая прямая в декартовых координатах x и y задается уравнением вида $ax + by + c = 0$, где a и b — коэффициенты при неизвестных, c — свободный член.

2) Если $a = 0$, $b \neq 0$, то $y = -\frac{c}{b}$ — уравнение прямой, параллельной оси Ox (рис. 83).

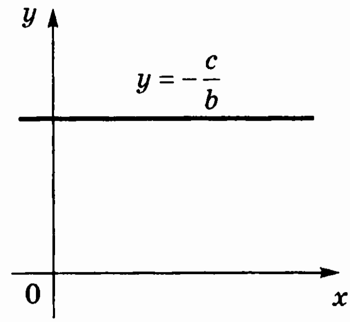


Рис. 83

3) Если $b = 0$, $a \neq 0$, то $x = -\frac{c}{a}$ — уравнение прямой, параллельной оси Oy (рис. 84).

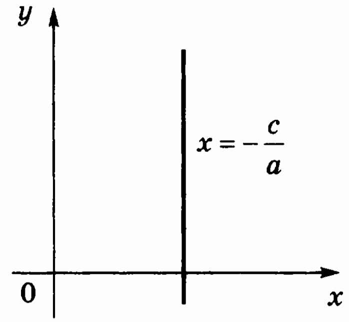


Рис. 84

4) Если $c = 0$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, то $ax + by = 0$ — уравнение прямой, проходящей через начало координат (0; 0) (рис. 85).

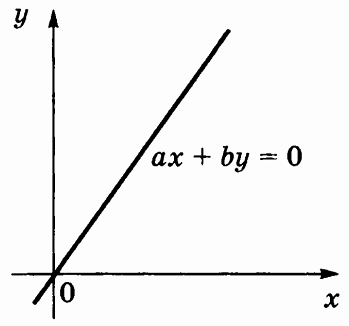


Рис. 85

Раздел II

УПРАЖНЕНИЯ В ТАБЛИЦАХ

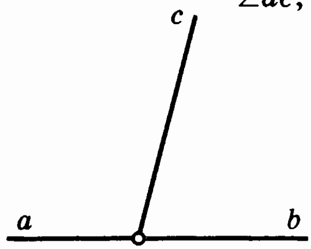
VII класс

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

Таблица 1

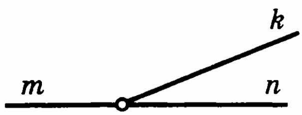
1

$\angle ac - \angle cb = 25^\circ$
$\angle ac,\ \angle cb$ — ?



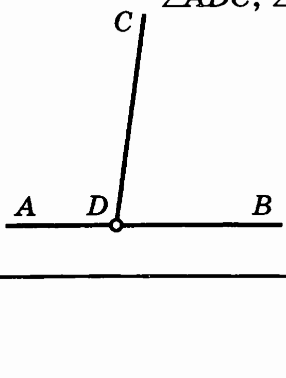
2

$\angle mk = 8\ \angle kn$
$\angle mk,\ \angle kn$ — ?



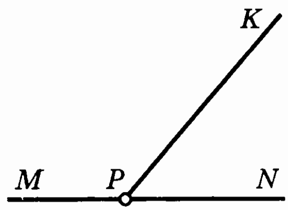
3

$\angle CDB : \angle ADC = 4 : 5$
$\angle ADC,\ \angle CDB$ — ?



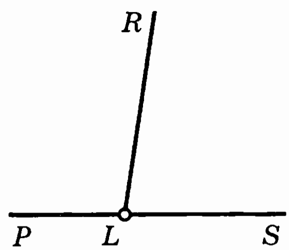
4

$\angle MPK = 2{,}6\ \angle KPN$
$\angle MPK,\ \angle KPN$ — ?



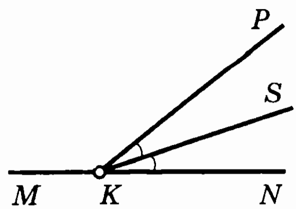
5

$\angle RLS = 80\%\ \angle PLR$
$\angle PLR,\ \angle RLS$ — ?



6

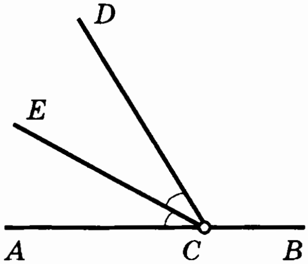
$\angle PKN = 40^\circ$
$\angle MKS$ — ?



Окончание табл. 1

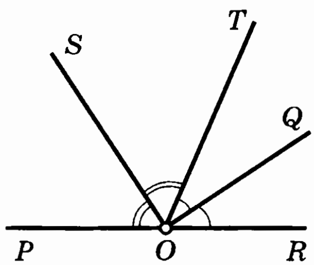
7

$\angle BCD = 120°$
$\angle BCE$ — ?



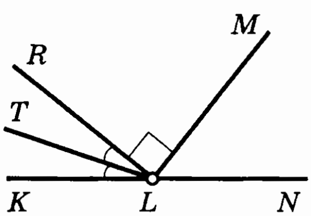
8

$\angle SOQ$ — ?



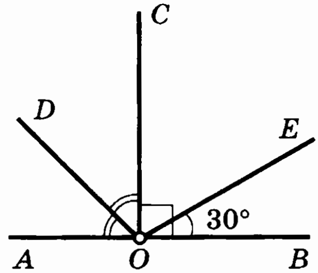
9

$\angle KLR = 40°$
$\angle TLN$ — ?



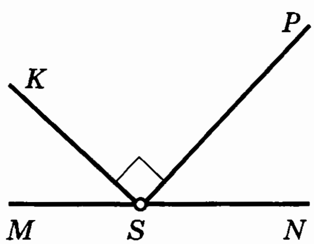
10

$\angle DOE$ — ?



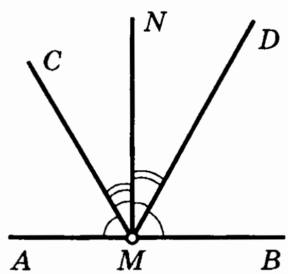
11

$\angle MSP = \angle NSK$
$\angle MSP$ — ?



12

$\angle AMN$, $\angle BMN$ — ?

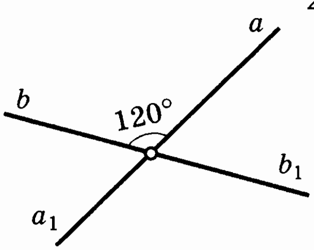


ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

Таблица 2

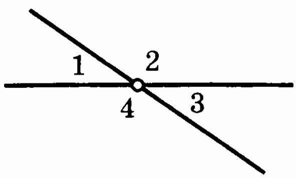
1

$\angle a_1b_1$ — ?
$\angle ab_1$ — ?



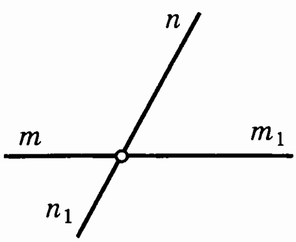
2

$\angle 1 + \angle 3 = 70°$
$\angle 2, \angle 4$ — ?



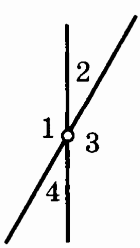
3

$\angle mn_1 + \angle m_1n_1 + \angle m_1n = 240°$
$\angle mn$ — ?



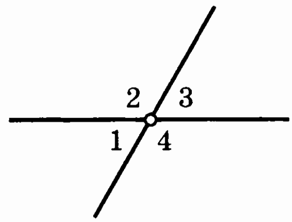
4

$\angle 1 - \angle 2 = 120°$
$\angle 3, \angle 4$ — ?



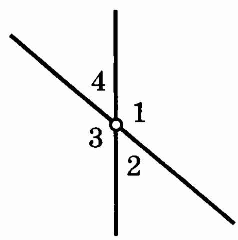
5

$2(\angle 1 + \angle 3) = \angle 2 + \angle 4$
$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ — ?



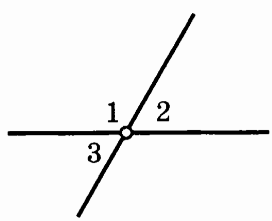
6

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 5\angle 4$
$\angle 4$ — ?



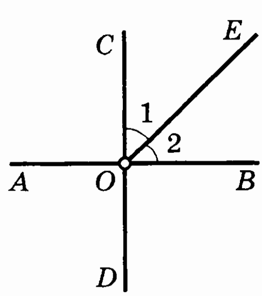
7

$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$
$\angle 1, \angle 2, \angle 3$ — ?



8

$AB \perp CD$
$\angle AOE$ — ?

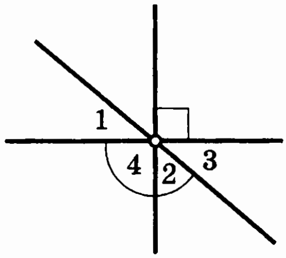


Окончание табл. 2

9

$\angle 1 = 40°$

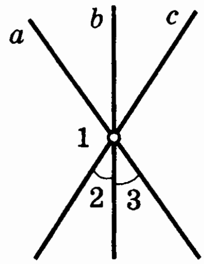
$\angle 2, \angle 3, \angle 4$ — ?



11

$\angle 1 - \angle 2 = 75°$

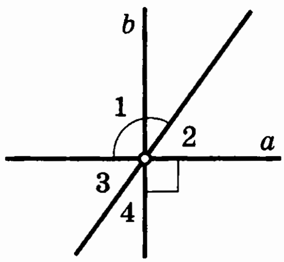
$\angle 1, \angle 2, \angle 3$ — ?



10

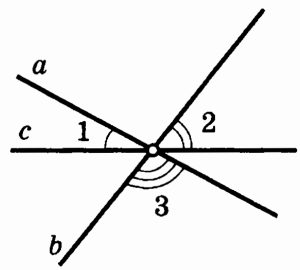
$\angle 1 = 125°$

$\angle 2, \angle 3, \angle 4$ — ?



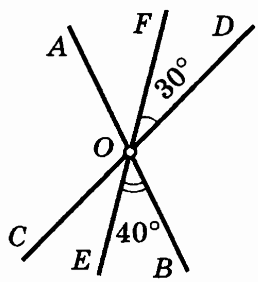
12

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ — ?



13

$\angle AOC$ — ?

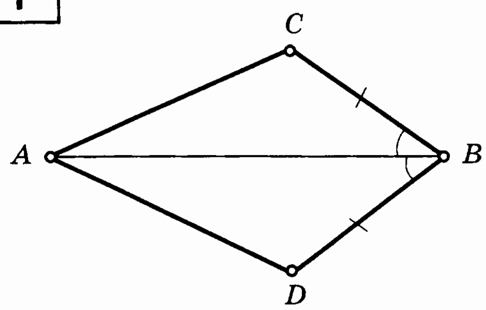


ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

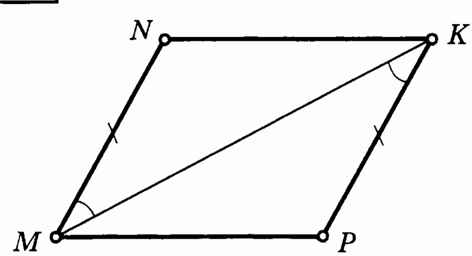
Таблица 3

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство.

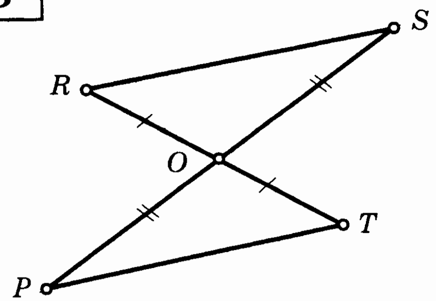
1



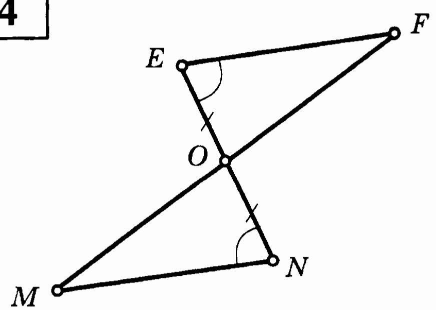
2



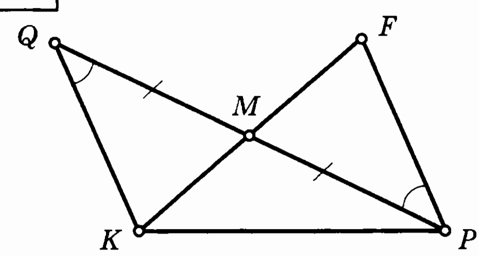
3



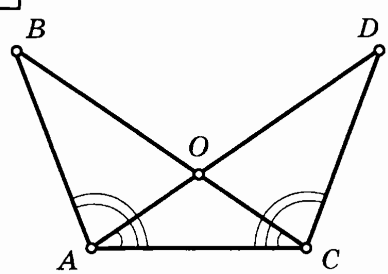
4



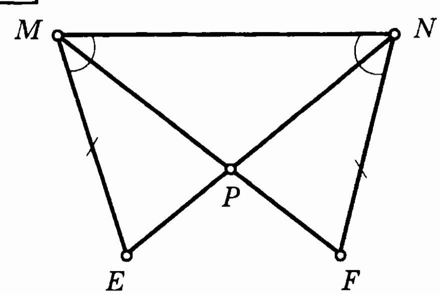
5



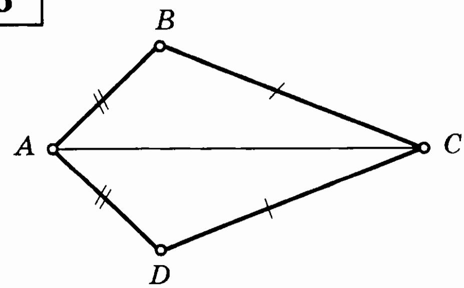
6



7

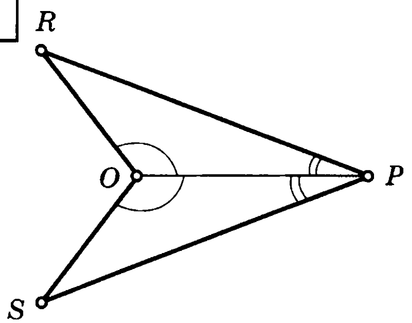


8

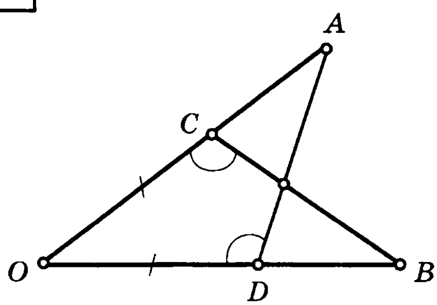


Продолжение табл. 3

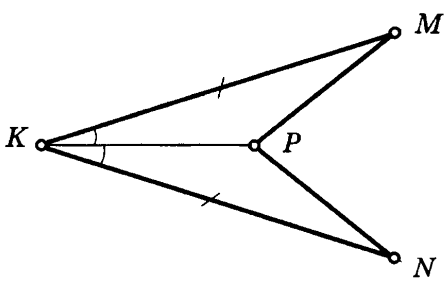
9



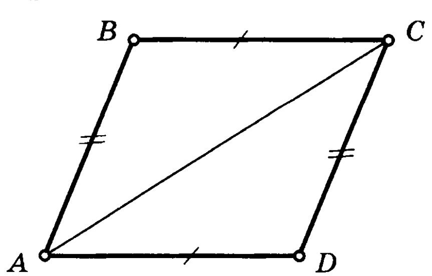
10



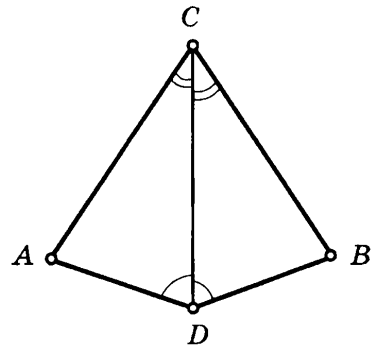
11



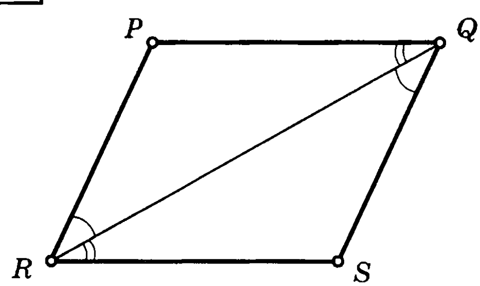
12



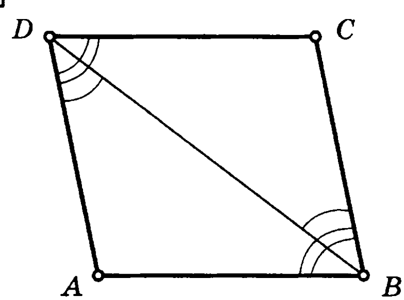
13



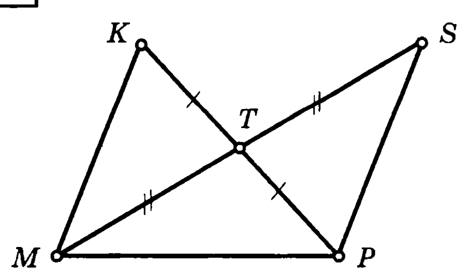
14



15



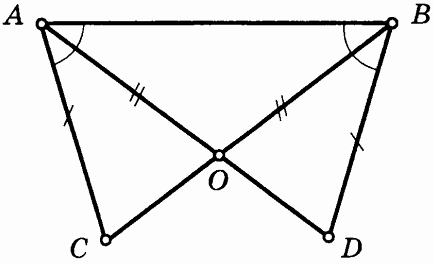
16



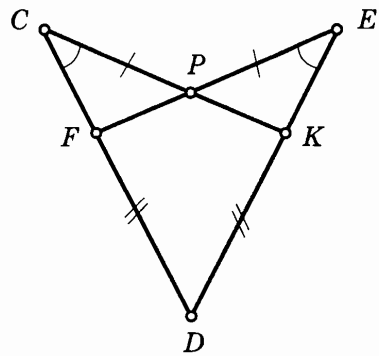
Продолжение табл. 3

17

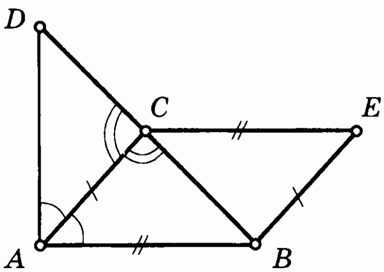
$BC = AD$



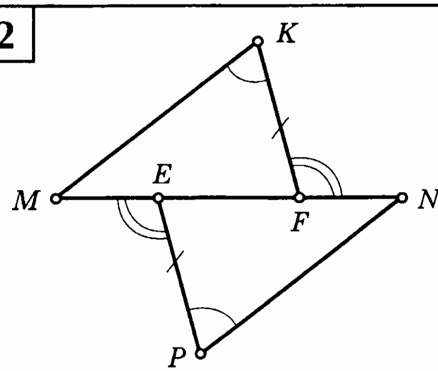
21



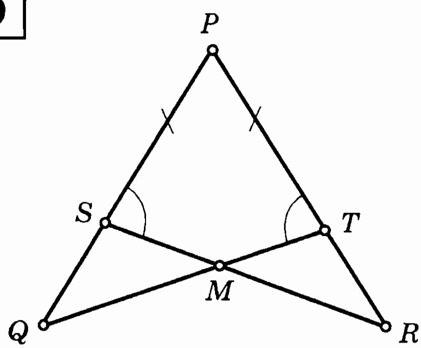
18



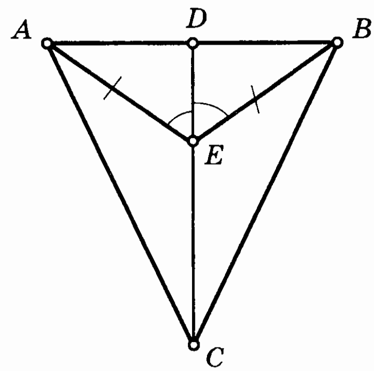
22



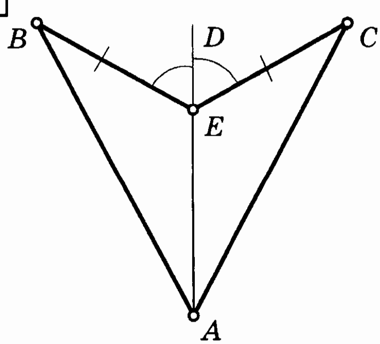
19



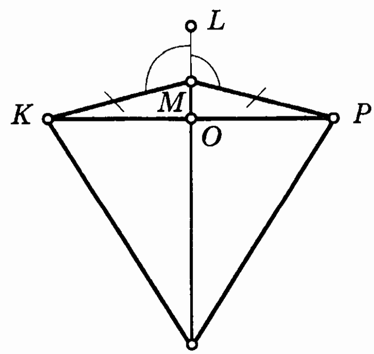
23



20

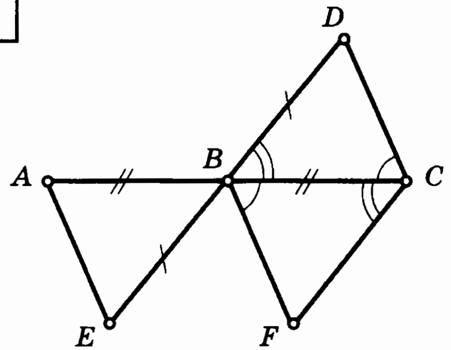


24



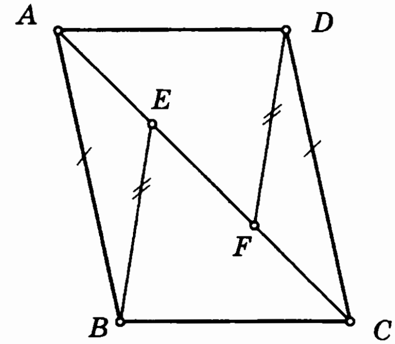
Окончание табл. 3

25

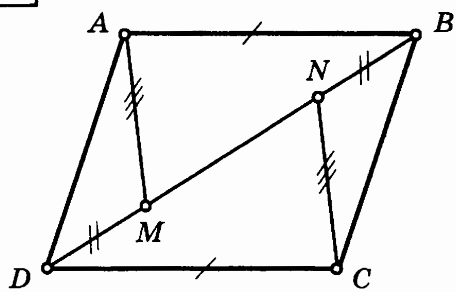


29

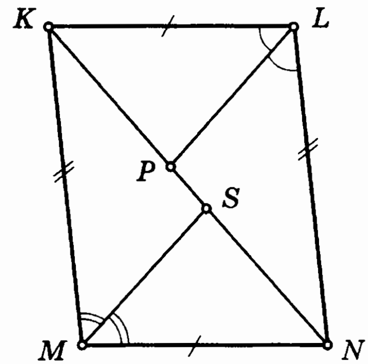
$CE = AF$



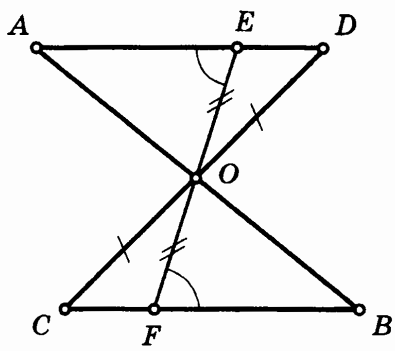
26



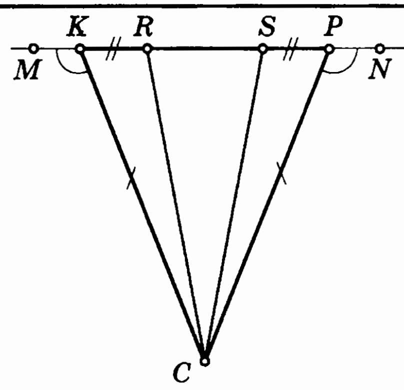
30



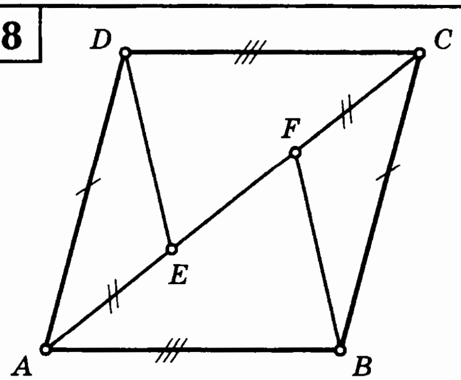
27



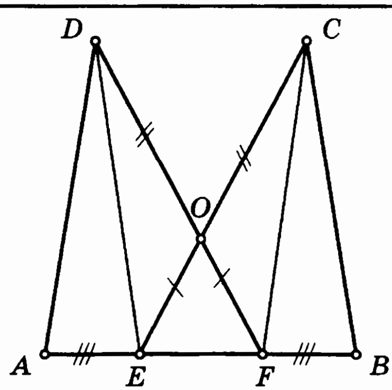
31



28



32

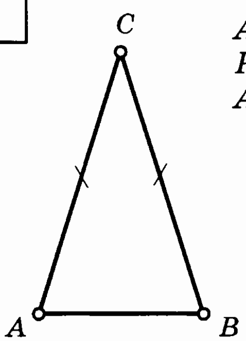


ПЕРИМЕТР РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 4

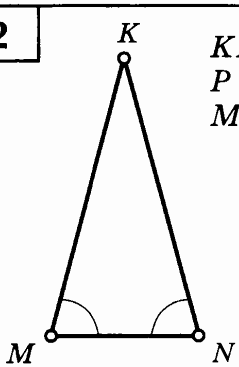
1

$AC = 2\,AB$
$P = 20$
$AC,\ BC,\ AB$ — ?



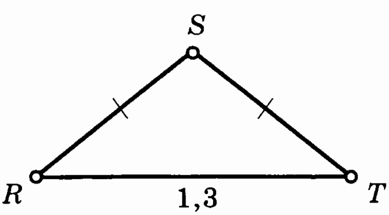
2

$KM - MN = 10$
$P = 26$
$MK,\ KN,\ MN$ — ?



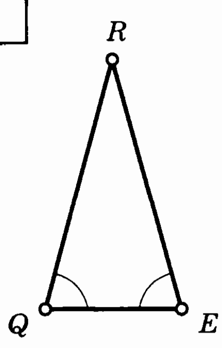
3

$P = 2{,}5;\ RT = 1{,}3$
$RS,\ ST$ — ?



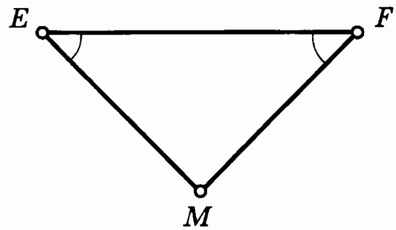
4

$P = 6{,}4$
$RQ = 3{,}5\ QE$
$QR,\ RE,\ QE$ — ?



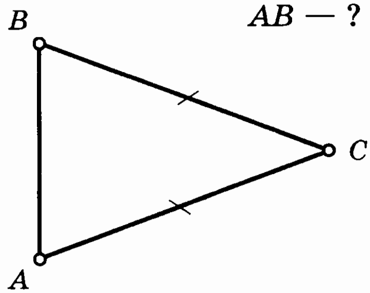
5

$P = 35$
$EF : EM = 3 : 2$
$EF,\ EM,\ MF$ — ?



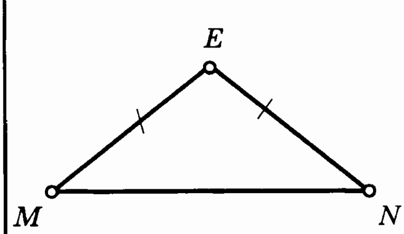
6

$P = 3{,}4;\ BC = 1{,}3$
AB — ?



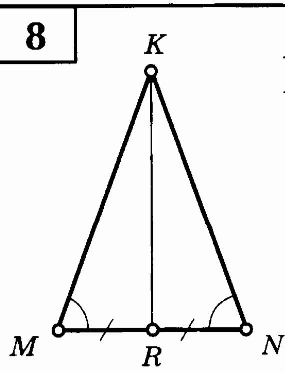
7

$MN - EN = 1$
$MN = 2{,}3$
P — ?



8

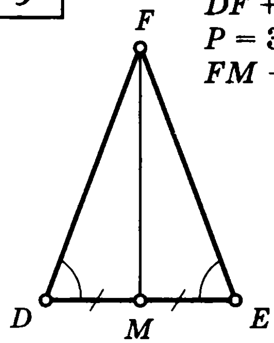
$KM + MR = 25$
P — ?



Окончание табл. 4

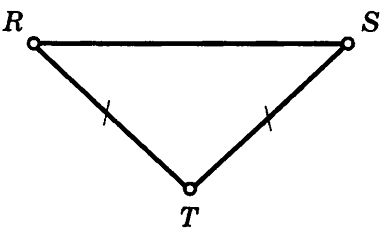
9

$DF + FM + DM = 28$
$P = 36$
FM — ?



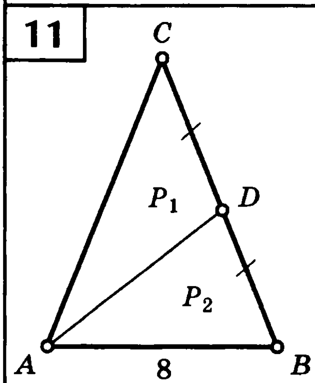
10

$RT : RS = 4 : 7$
$P = 45$
RT, TS, RS — ?



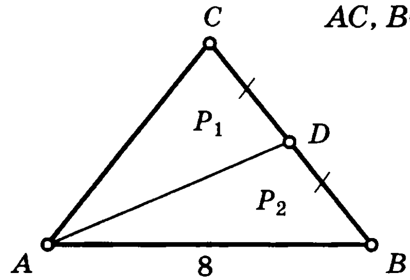
11

$AC = BC$
$P_1 - P_2 = 2$
AC, BC — ?



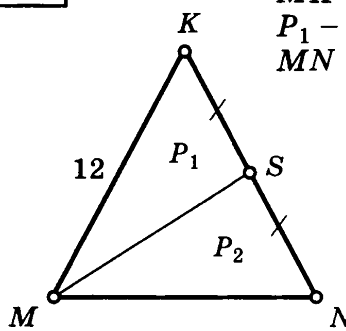
12

$AC = BC$
$P_2 - P_1 = 2$
AC, BC — ?



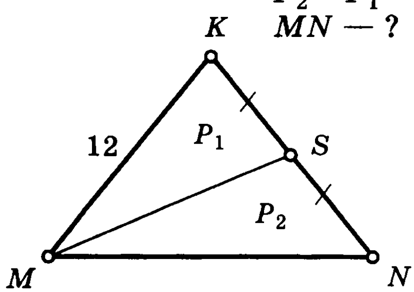
13

$MK = KN = 12$
$P_1 - P_2 = 3$
MN — ?



14

$MK = KN = 12$
$P_2 - P_1 = 3$
MN — ?

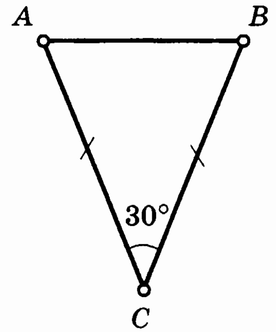


СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

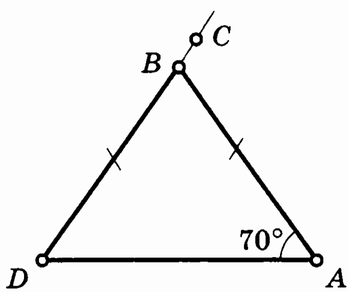
Таблица 5

Найдите $\angle CBA$.

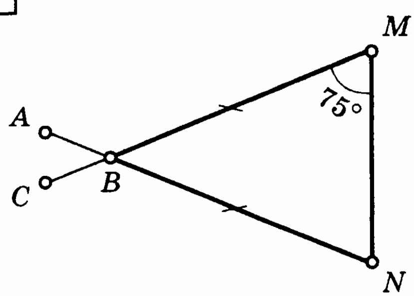
1



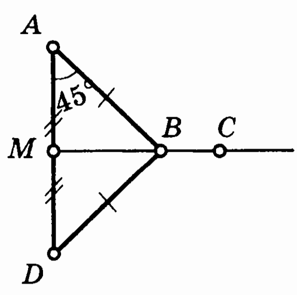
2



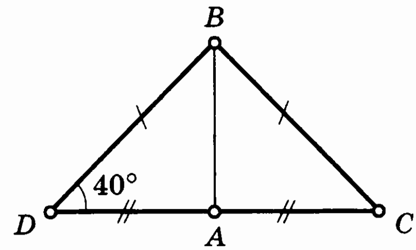
3



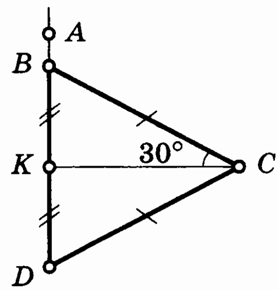
4



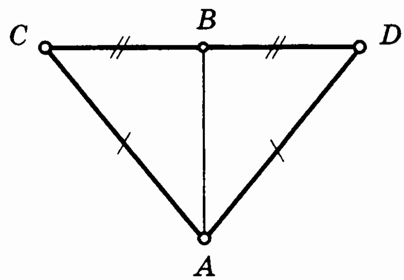
5



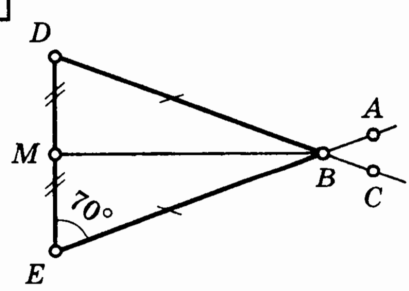
6



7

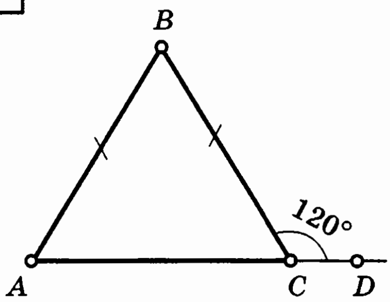


8

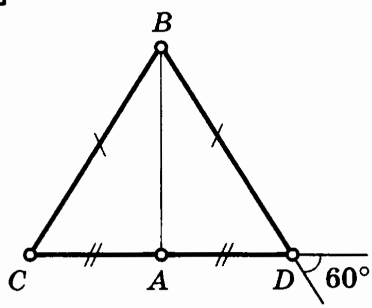


Продолжение табл. 5

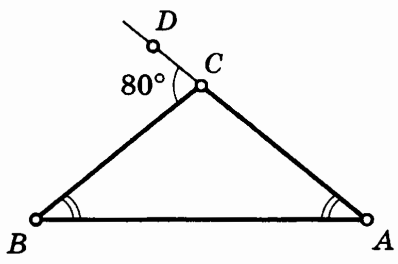
9



10

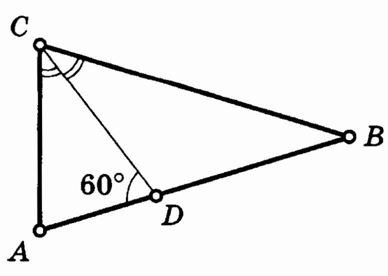


11

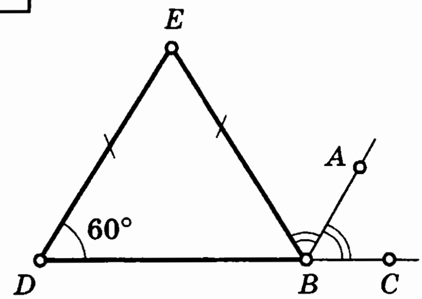


12

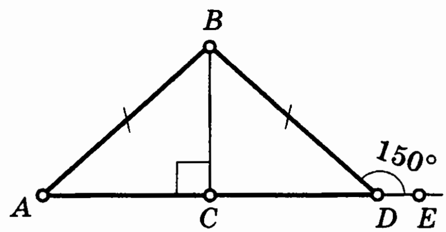
$BC = AB$



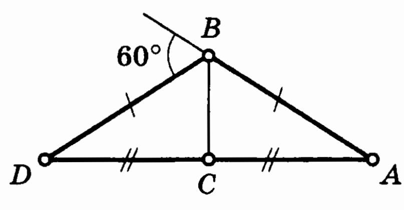
13



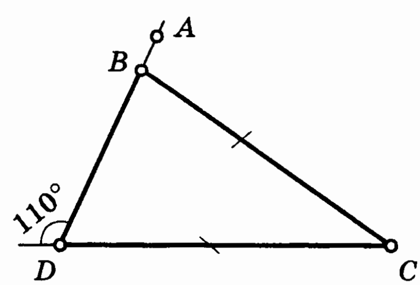
14



15

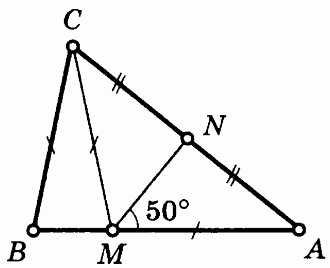


16

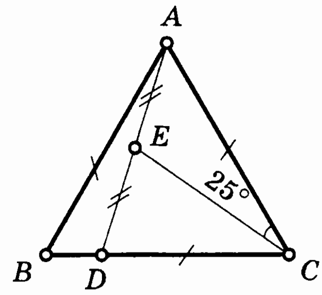


Окончание табл. 5

17



18

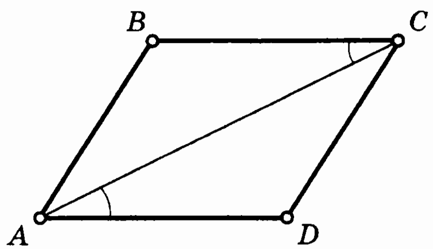


ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ

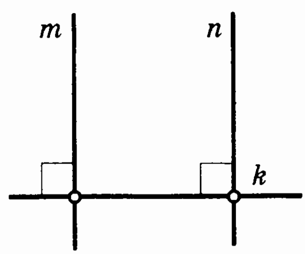
Таблица 6

Укажите пары параллельных прямых (отрезков) и докажите их параллельность.

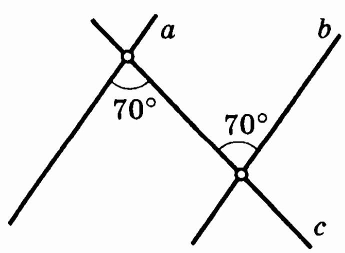
1



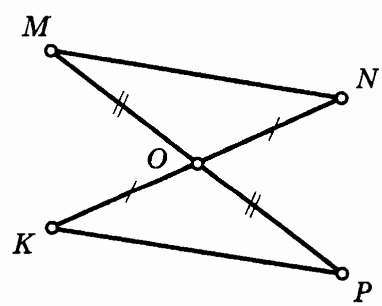
3



2

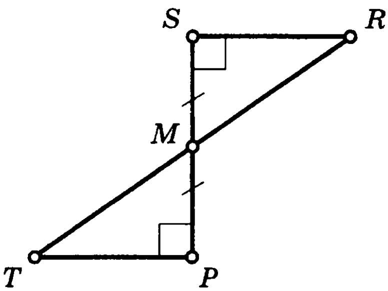


4

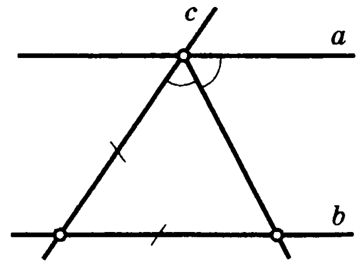


Продолжение табл. 6

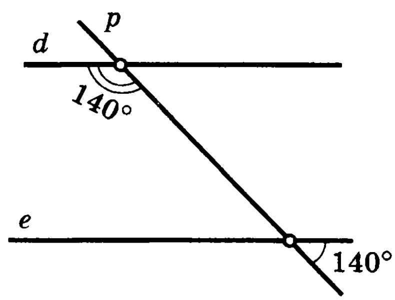
5



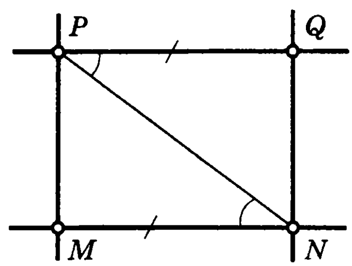
9



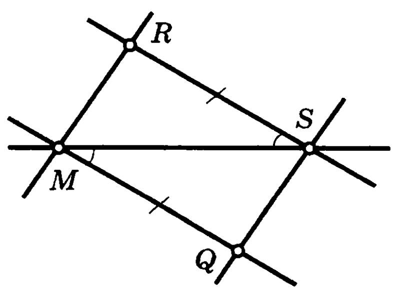
6



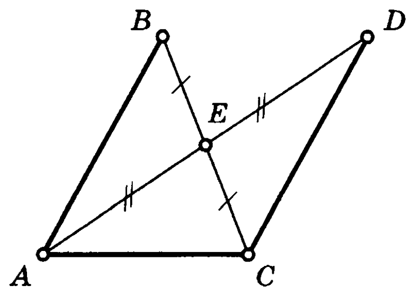
10



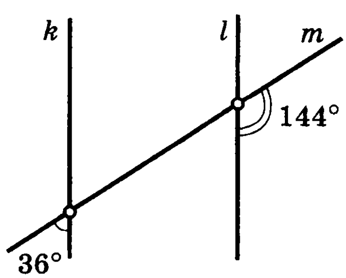
7



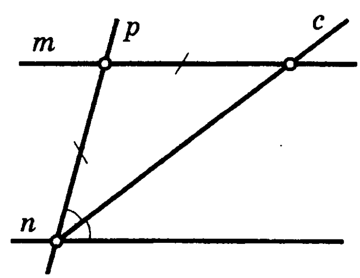
11



8

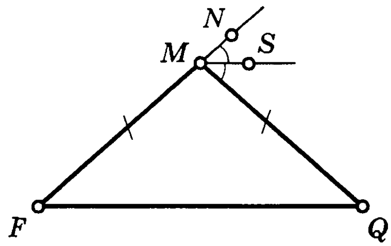


12

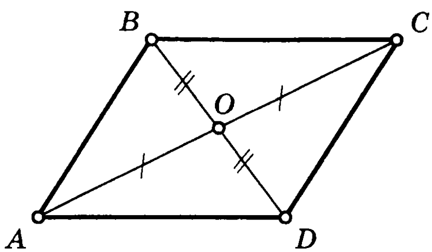


Продолжение табл. 6

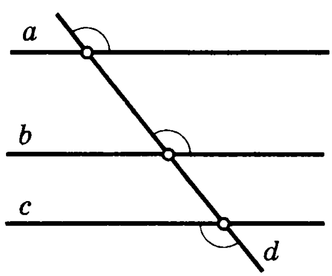
13



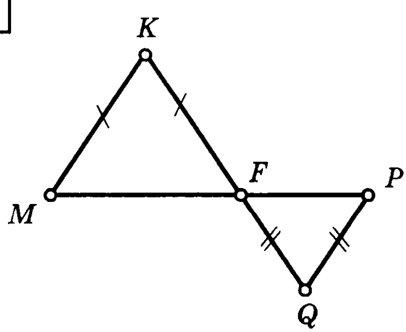
14



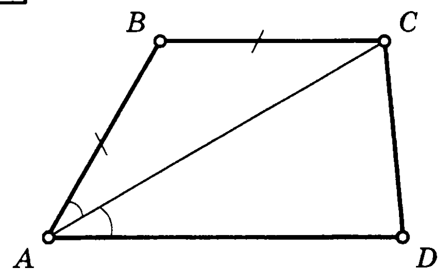
15



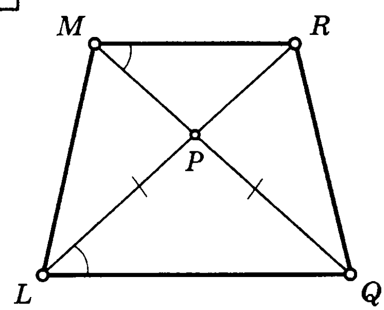
16



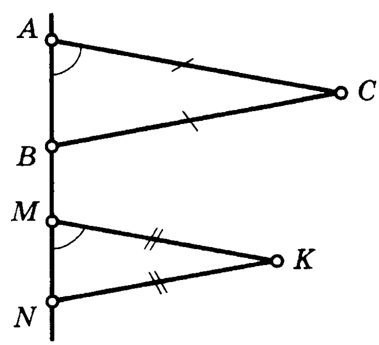
17



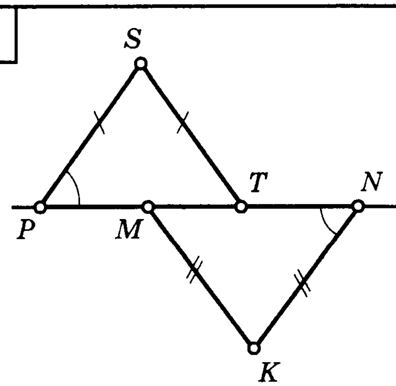
18



19

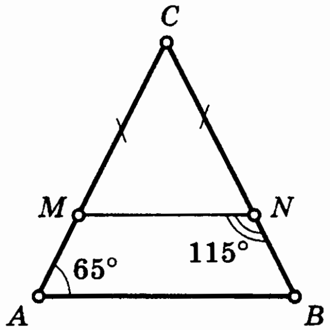


20

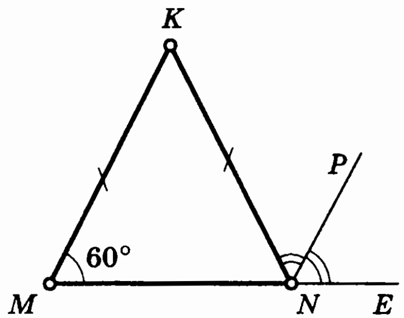


Продолжение табл. 6

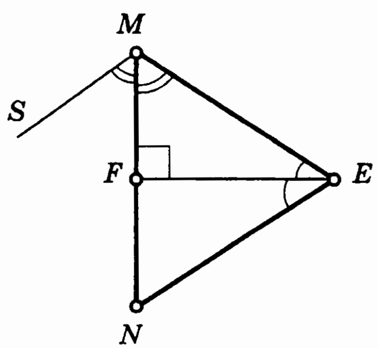
21



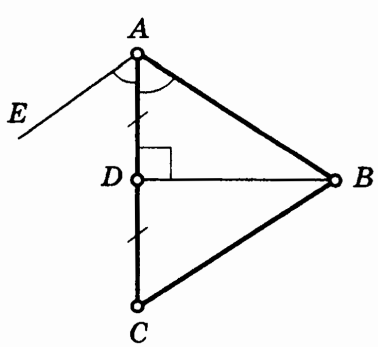
22



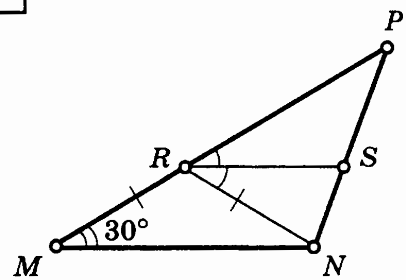
23



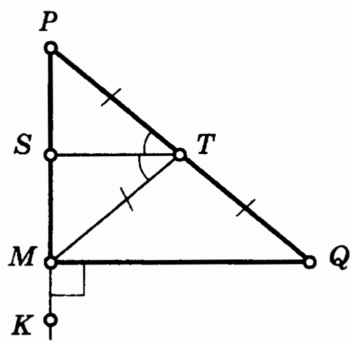
24



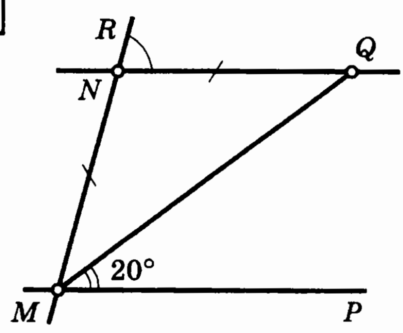
25



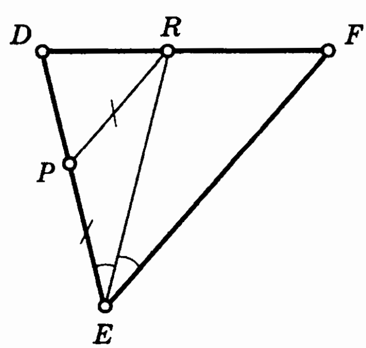
26



27

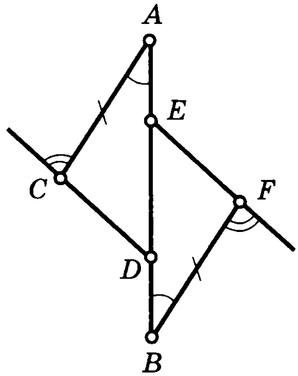


28

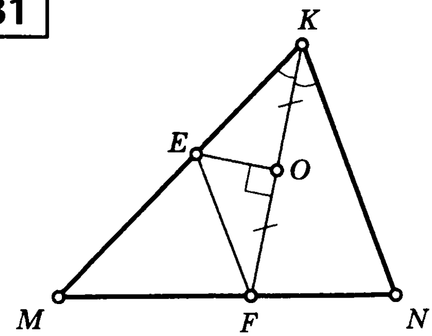


Окончание табл. 6

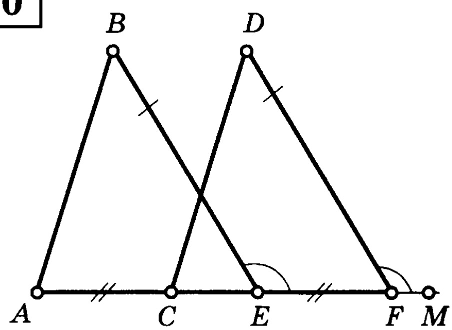
29



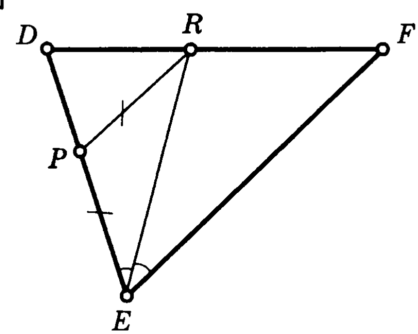
31



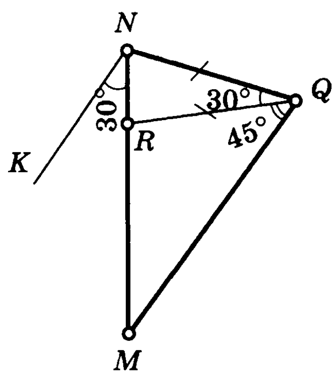
30



32



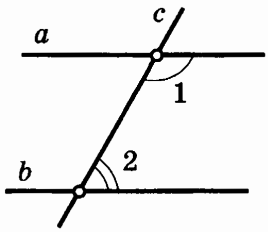
33



СВОЙСТВА УГЛОВ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

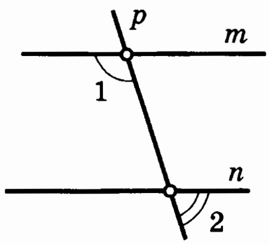
Таблица 7

1



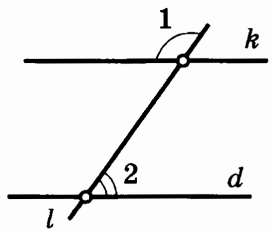
$a \parallel b$
c — секущая
$\angle 1 - \angle 2 = 32°$
$\angle 1, \angle 2$ — ?

2



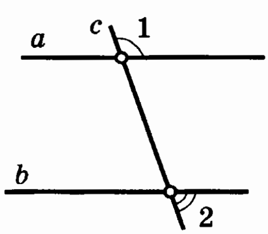
$m \parallel n$
p — секущая
$\angle 1 : \angle 2 = 3 : 2$
$\angle 1, \angle 2$ — ?

3



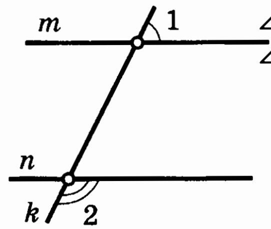
$k \parallel d$
l — секущая
$\angle 1 = 2{,}6\ \angle 2$
$\angle 1, \angle 2$ — ?

4



$a \parallel b$
c — секущая
$\angle 2 = \dfrac{4}{5}\ \angle 1$
$\angle 1, \angle 2$ — ?

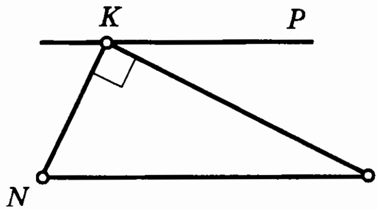
5



$m \parallel n$
k — секущая
$\angle 1 = 60\%$ от $\angle 2$
$\angle 1, \angle 2$ — ?

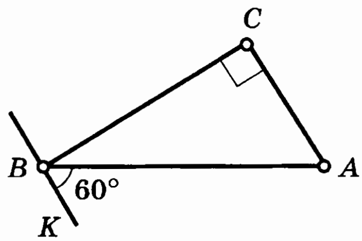
6

$KP \parallel NM$
$\angle NKP = 120°$
$\angle N, \angle M$ — ?



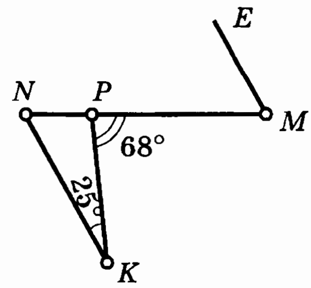
7

$AC \parallel BK$
$\angle A, \angle ABC$ — ?



8

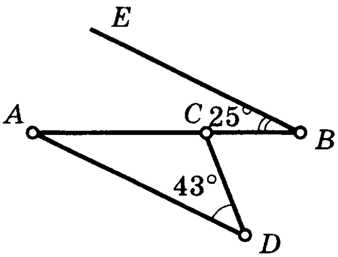
$KN \parallel ME$
$\angle EMN$ — ?



Окончание табл. 7

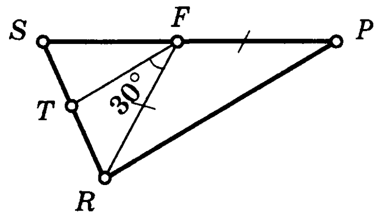
9

$AD \parallel BE$
$\angle DCB$ — ?



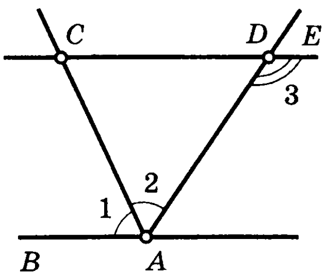
11

$TF \parallel RP$
$\angle RPF$, $\angle SFT$ — ?



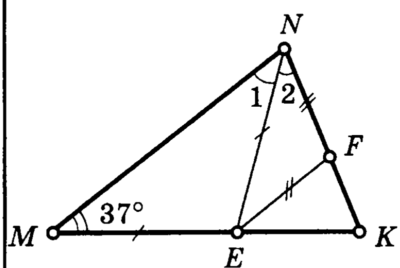
10

$CE \parallel BA$
$\angle 3 = 130°$
$\angle ACD$ — ?



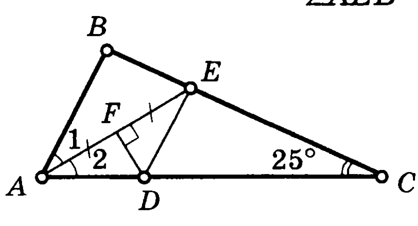
12

$\angle KFE$ — ?



13

$\angle 1 = \angle 2 = 30°$
$AB \parallel DE$
$\angle AEB$ — ?



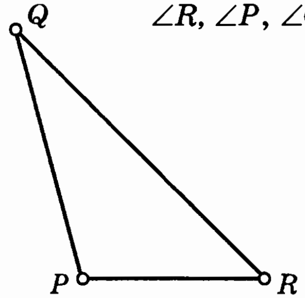
УГЛЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 8

1

$\angle R : \angle P : \angle Q = 3 : 7 : 2$

$\angle R, \angle P, \angle Q$ — ?

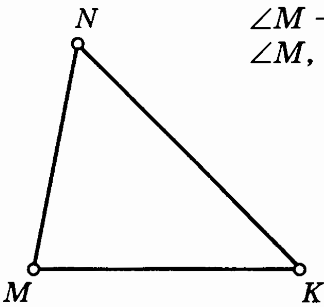


2

$\angle M = 2\angle K$

$\angle M - \angle N = 20°$

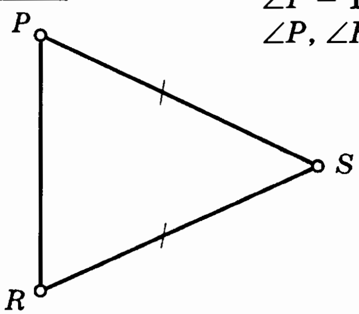
$\angle M, \angle N, \angle K$ — ?



3

$\angle P = 1{,}5\angle S$

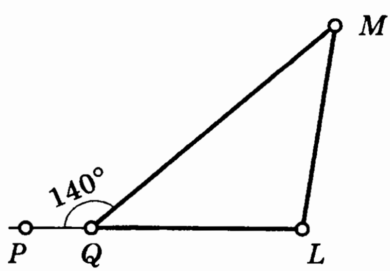
$\angle P, \angle R, \angle S$ — ?



4

$\angle Q = 0{,}4\angle L$

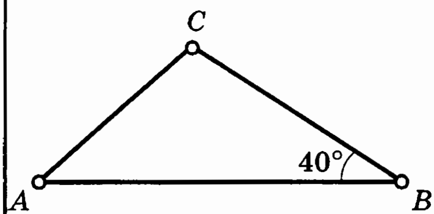
$\angle Q, \angle M, \angle L$ — ?



5

$\angle A : \angle C = 2 : 5$

$\angle A, \angle C$ — ?

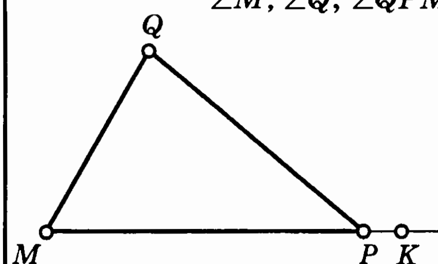


6

$\angle QPK = 3{,}5\angle QPM$

$\angle M : \angle Q = 3 : 4$

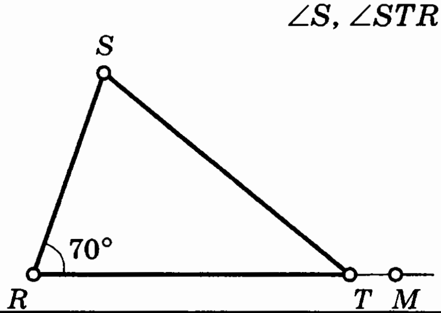
$\angle M, \angle Q, \angle QPM$ — ?



7

$\angle STM = 2\angle S$

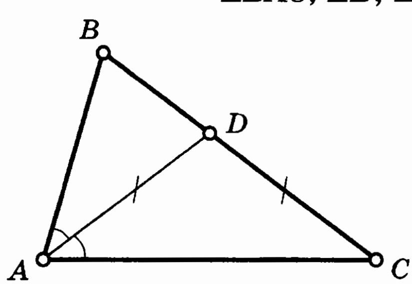
$\angle S, \angle STR$ — ?



8

$\angle B = 2\angle C$

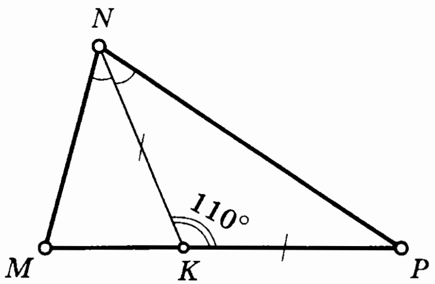
$\angle BAC, \angle B, \angle C$ — ?



Окончание табл. 8

9

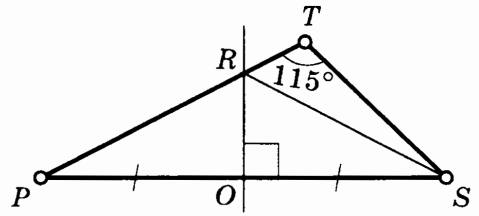
$\angle M$, $\angle MNP$, $\angle P$ — ?



10

$\angle TSR : \angle RSP = 3 : 5$

$\angle P$, $\angle TSP$ — ?

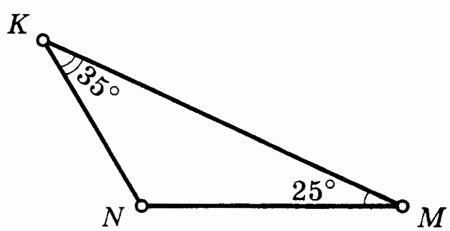


УГЛЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

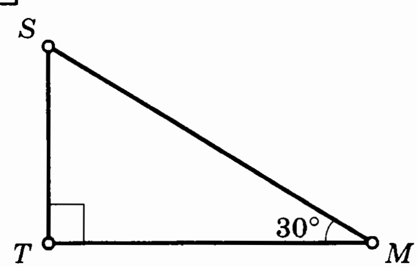
Таблица 9

Найдите все неизвестные углы треугольника.

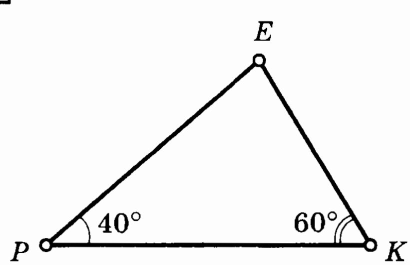
1



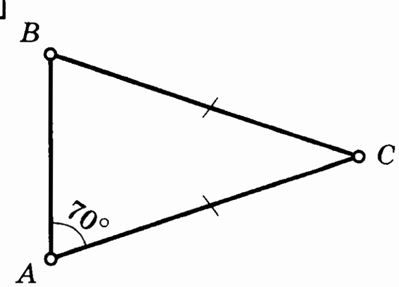
3



2

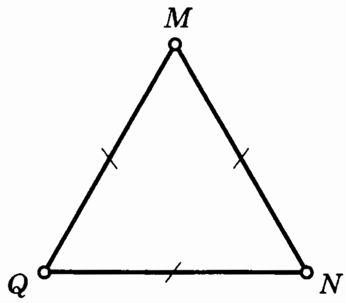


4

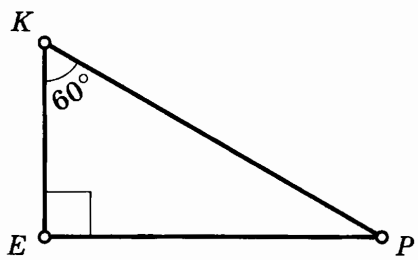


Продолжение табл. 9

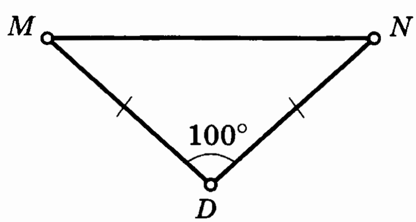
5



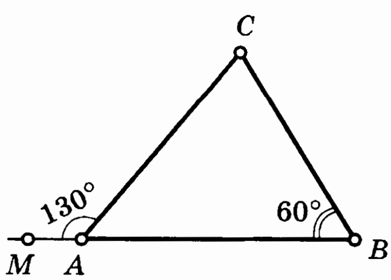
6



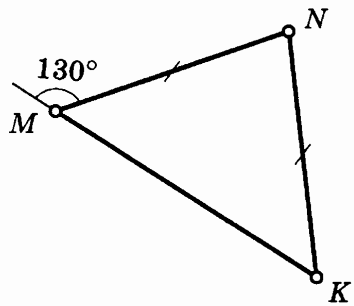
7



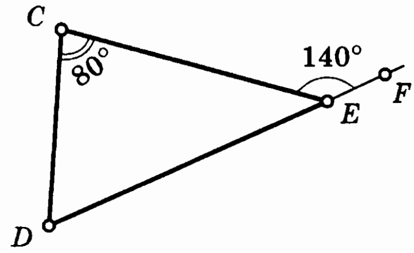
8



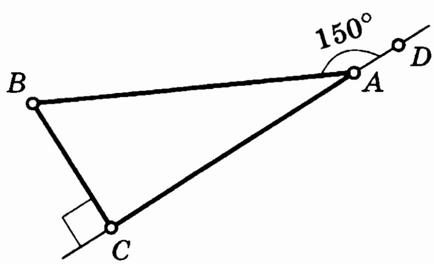
9



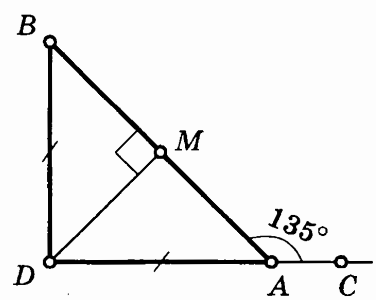
10



11

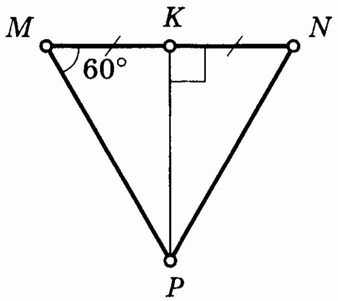


12

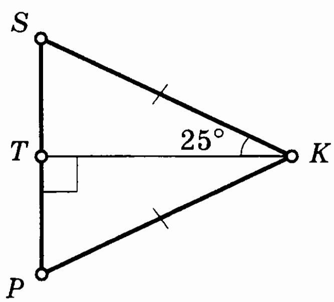


Продолжение табл. 9

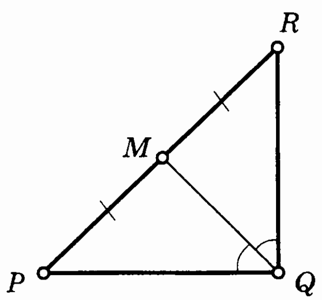
13



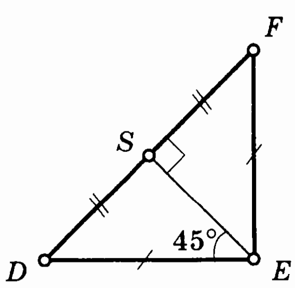
14



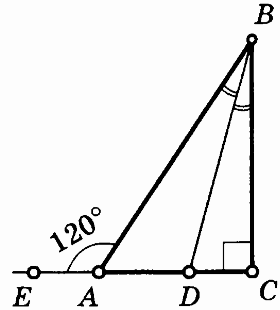
15



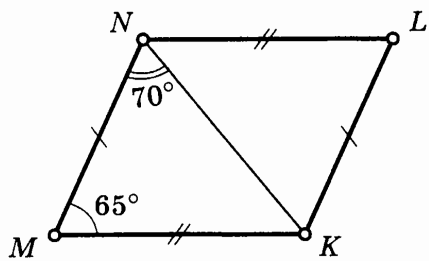
16



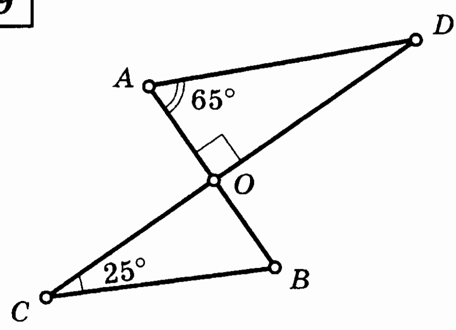
17



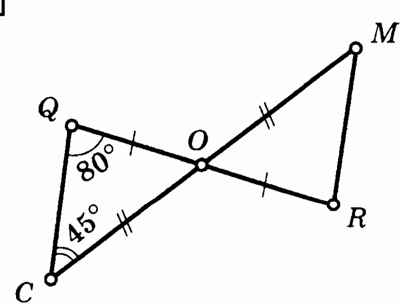
18



19

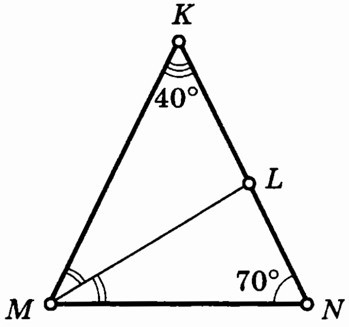


20

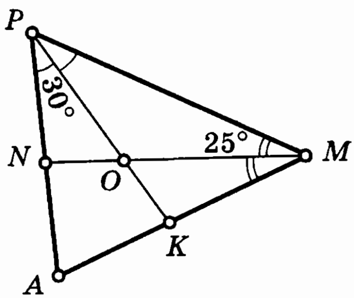


Продолжение табл. 9

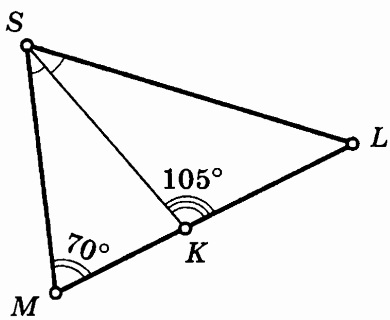
21



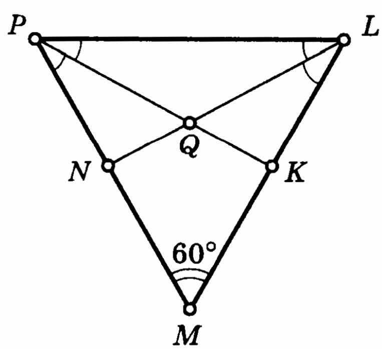
22



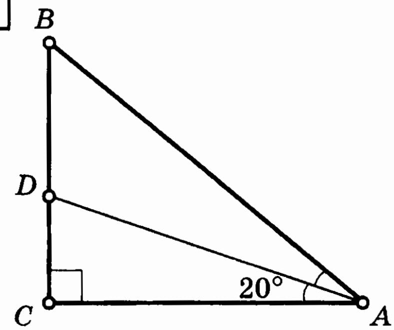
23



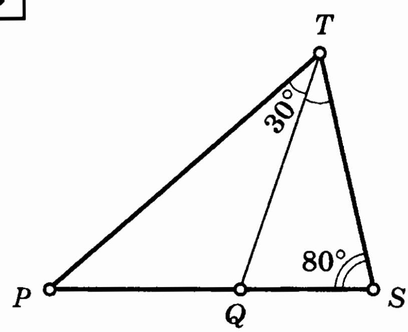
24



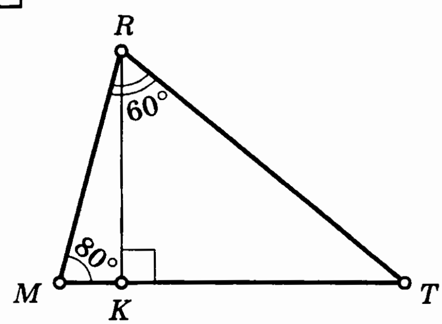
25



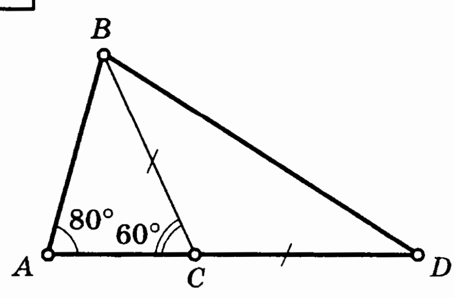
26



27

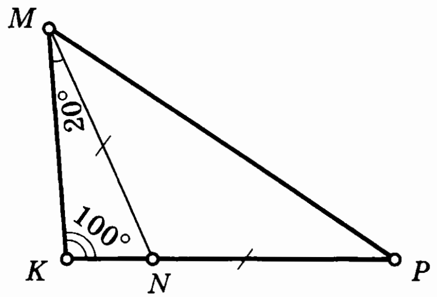


28



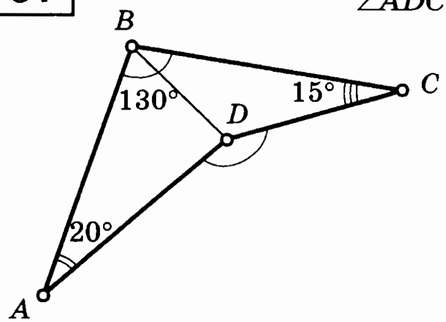
Окончание табл. 9

29

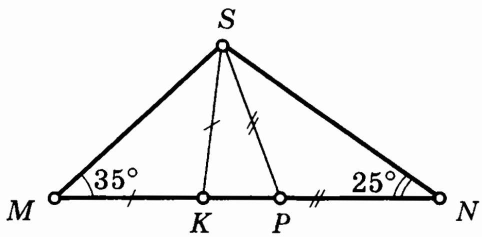


31

$\angle ADC$ — ?

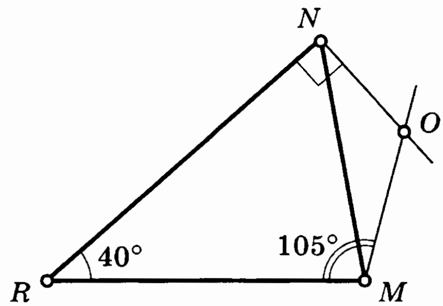


30



32

$\angle MON$ — ?

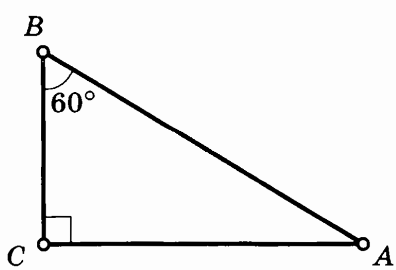


НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Таблица 10

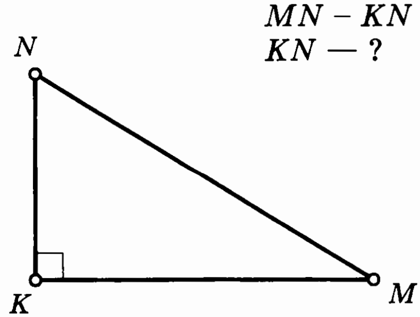
1

$AB + BC = 12$
AB, BC — ?



2

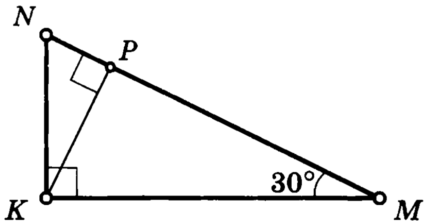
$\angle N = 2\angle M$
$MN - KN = 15$
KN — ?



Продолжение табл. 10

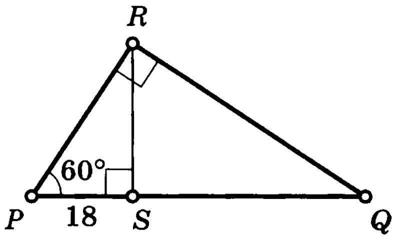
3

$MN = 36$
MP, PN — ?



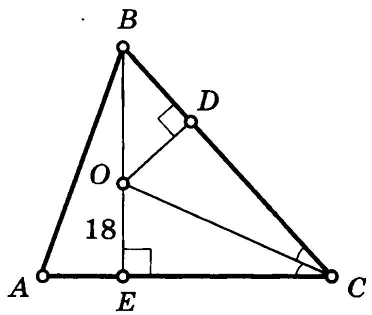
4

QS — ?



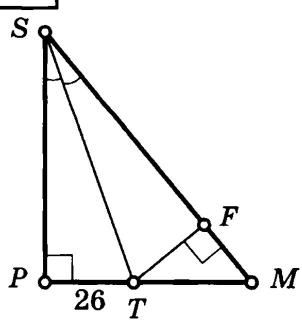
5

OD — ?



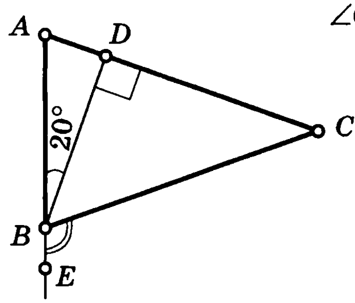
6

TF — ?



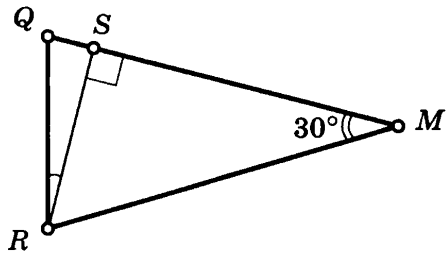
7

$AC = BC$
$\angle CBE$ — ?



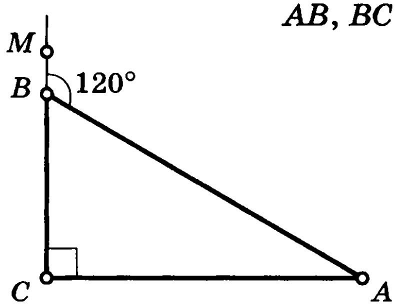
8

$\angle QRS$ — ?



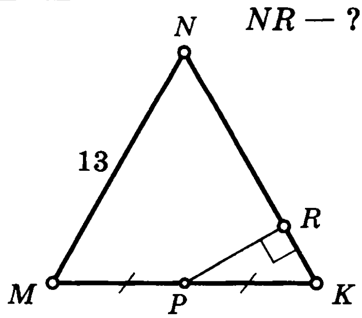
9

$BC + AB = 36$
AB, BC — ?



10

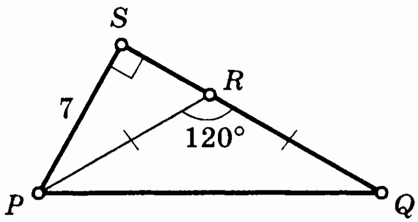
$MN = NK = MK$
NR — ?



Продолжение табл. 10

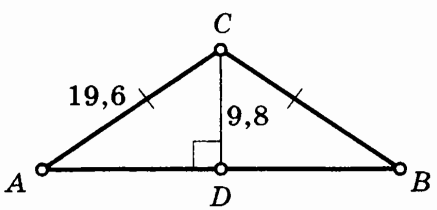
11

$PR = RQ$
PQ — ?



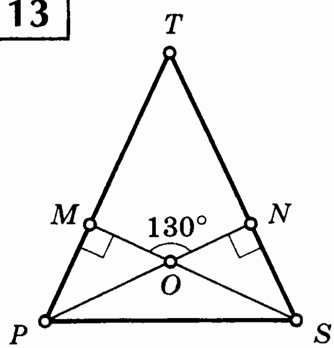
12

$\angle A$, $\angle B$, $\angle ACB$ — ?



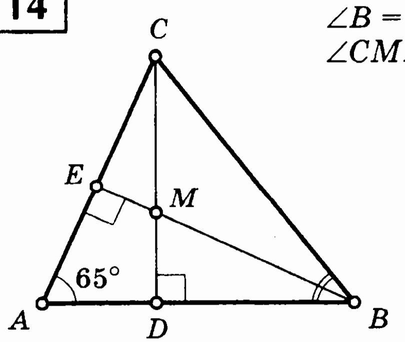
13

$PT = TS$
$\angle T$, $\angle TPS$,
$\angle TSP$ — ?



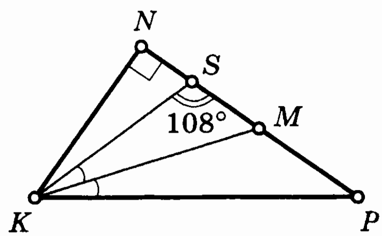
14

$\angle B = 53°$
$\angle CMB$ — ?



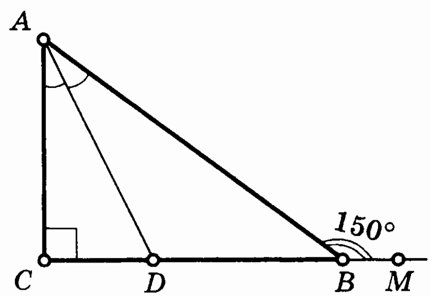
15

$\angle KNM$, $\angle NKM$,
$\angle KMN$ — ?



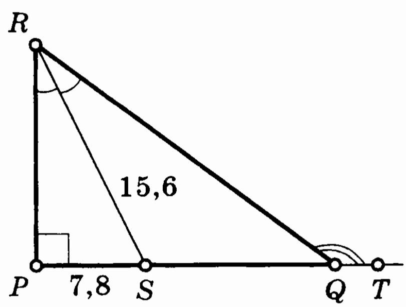
16

CB, CD — ?



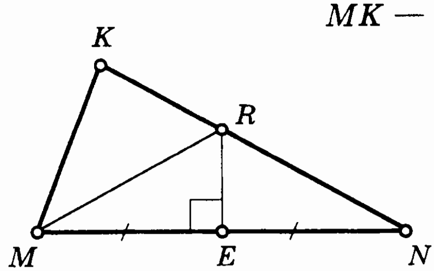
17

SQ, $\angle RQT$ — ?



18

$KN = 26$
$P_{\Delta MKR} = 32$
MK — ?

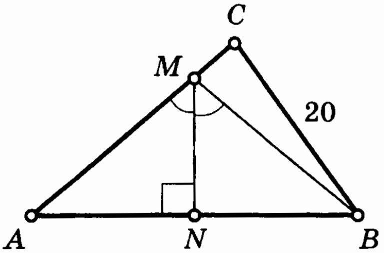


Окончание табл. 10

19

$AC = 24$

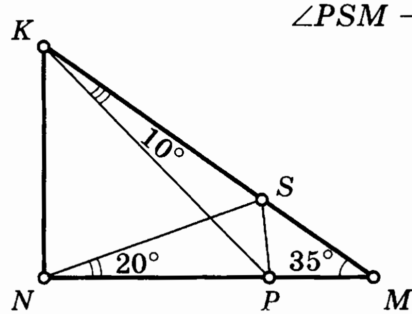
$P_{\Delta MCB}$ — ?



20

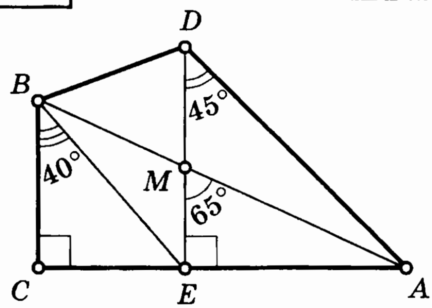
$\angle KNM = 90°$

$\angle PSM$ — ?



21

$\angle BDE$ — ?

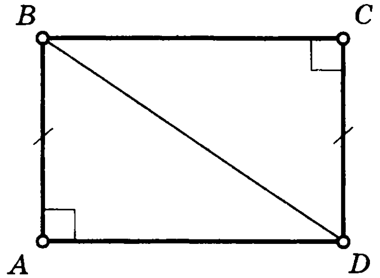


ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

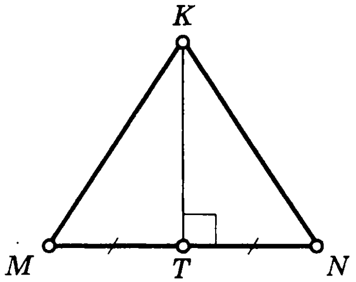
Таблица 11

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство.

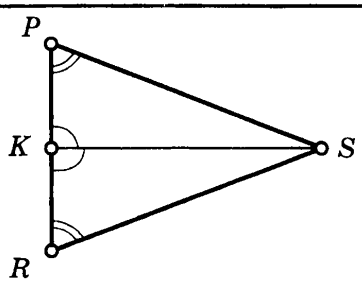
1



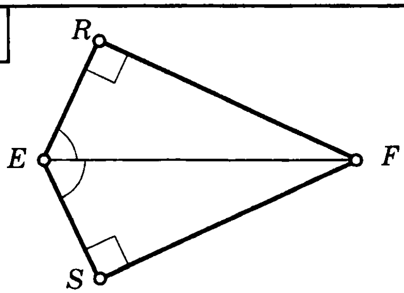
2



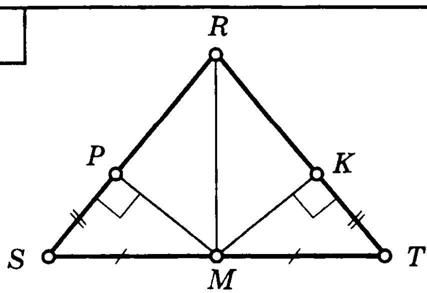
3



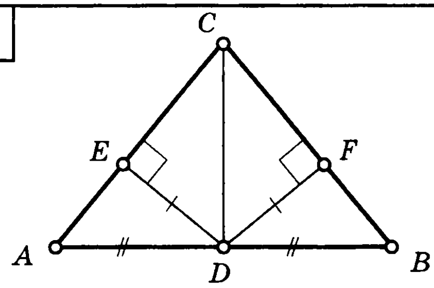
4



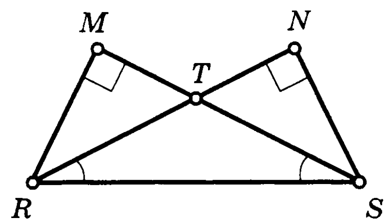
5



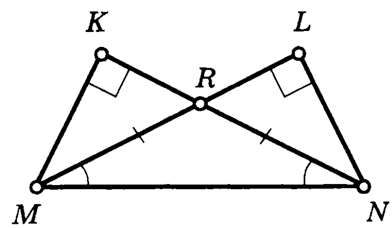
6



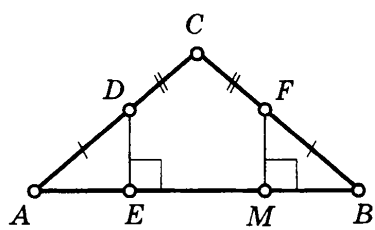
7



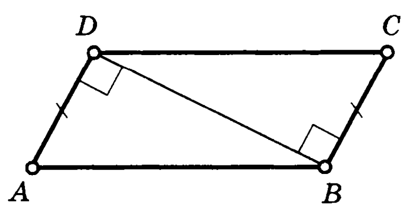
8



9



10

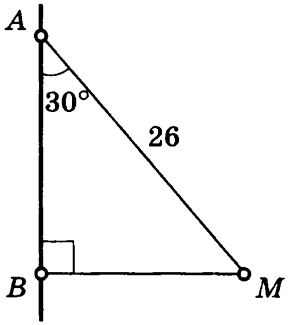


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

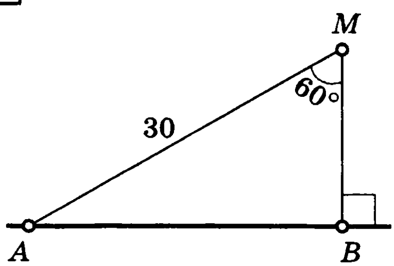
Таблица 12

Найдите расстояние от точки M до прямой AB.

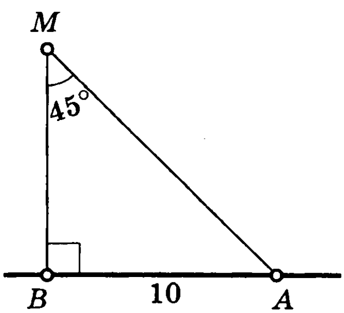
1



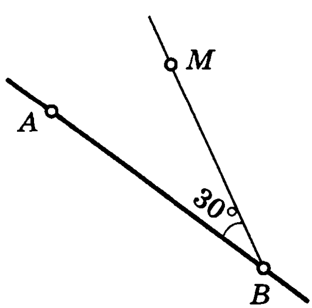
2



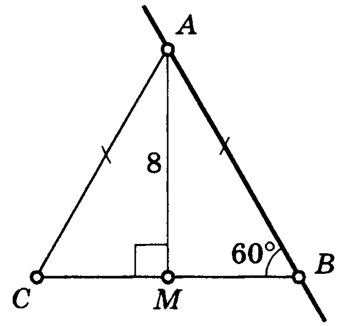
3



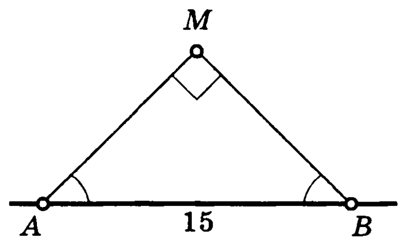
4



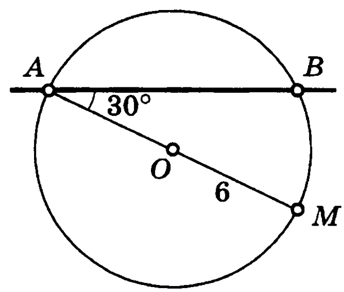
5



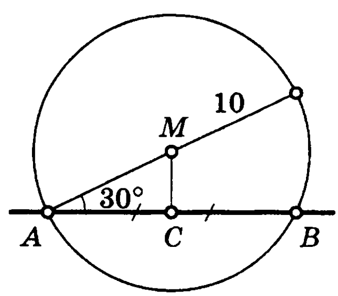
6



7

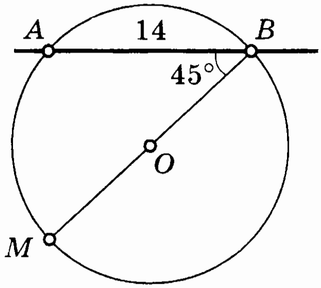


8



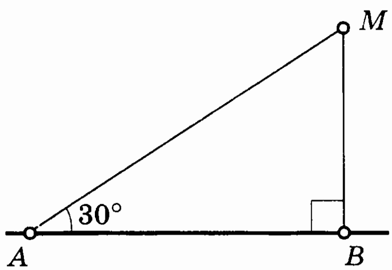
Окончание табл. 12

9



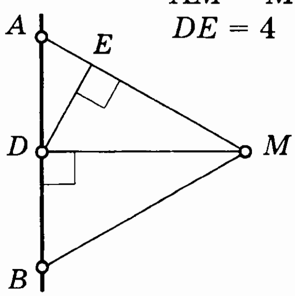
10

$AM - MB = 7$

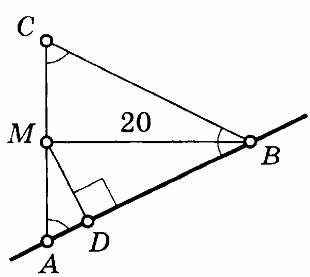


11

$AM = MB = AB$
$DE = 4$

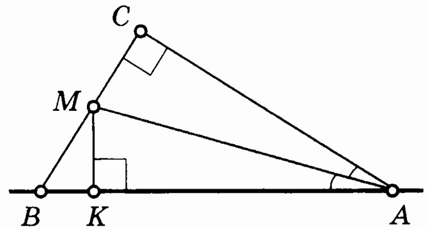


12



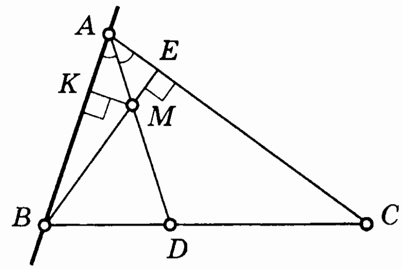
13

$MC = 13$

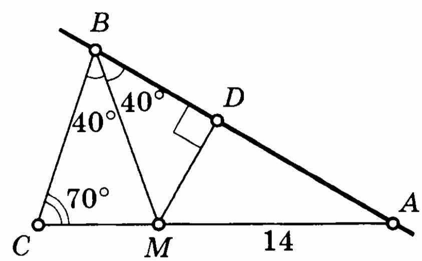


14

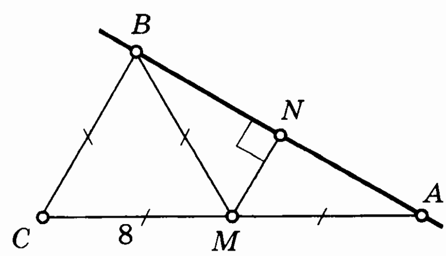
$ME = 13$



15



16



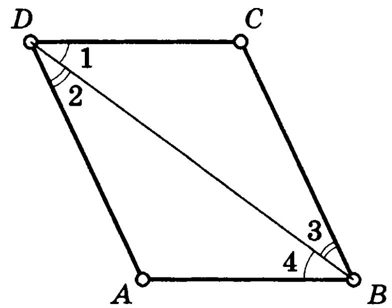
VIII класс

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

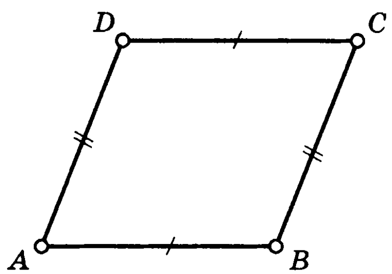
Таблица 1

Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

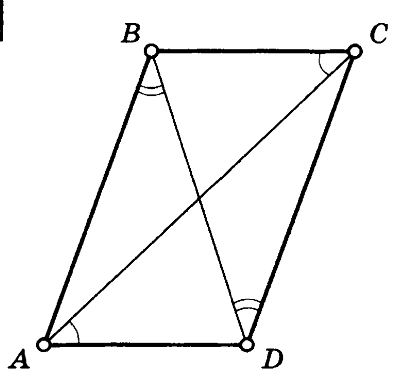
1



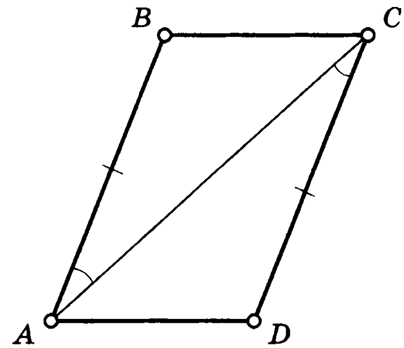
2



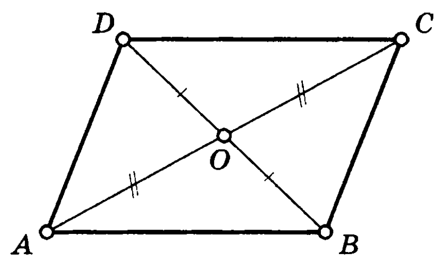
3



4

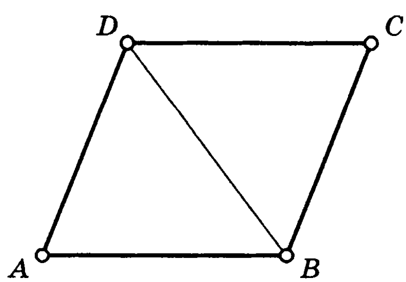


5



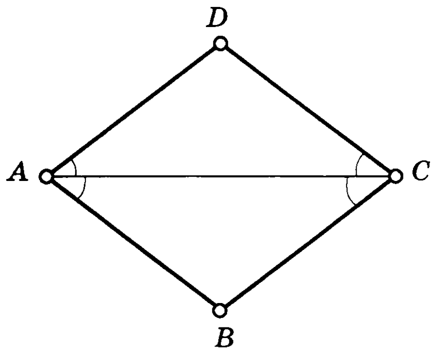
6

$\Delta ABD = \Delta CDB$

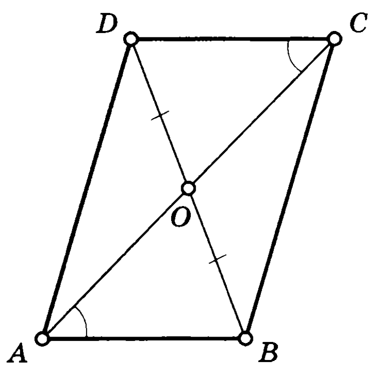


Окончание табл. 1

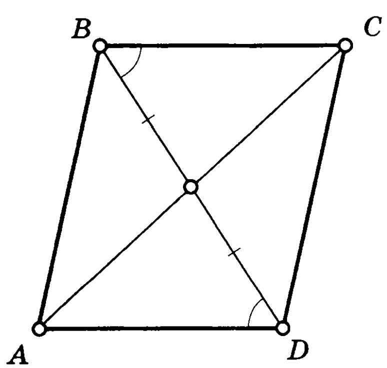
7



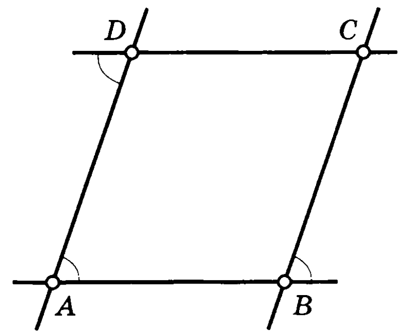
8



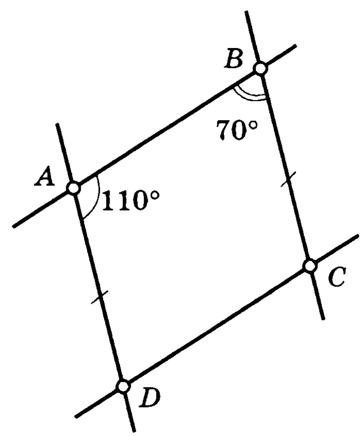
9



10

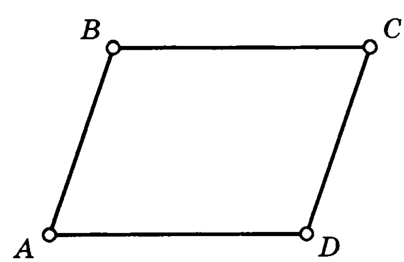


11



12

$\angle A + \angle D = 180°$
$BC \parallel AD$

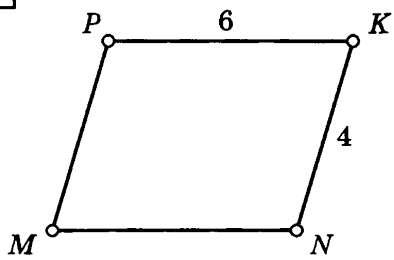


СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

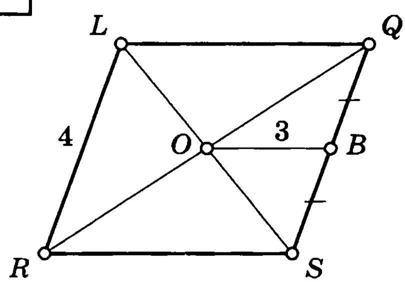
Таблица 2

Найдите периметр параллелограмма.

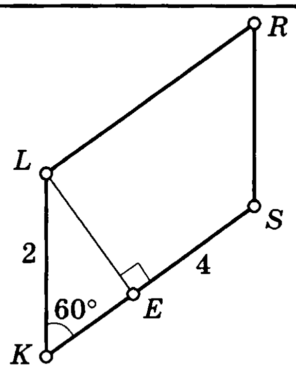
1



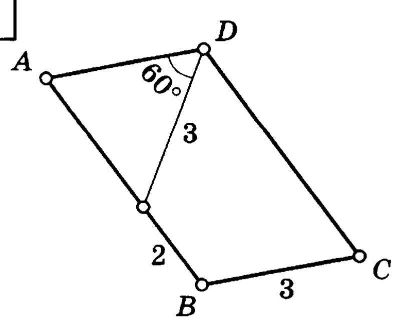
2



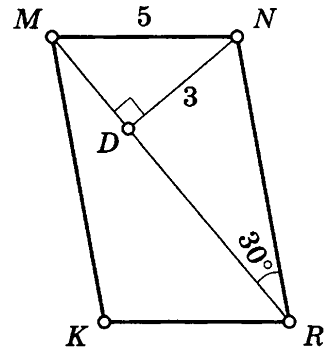
3



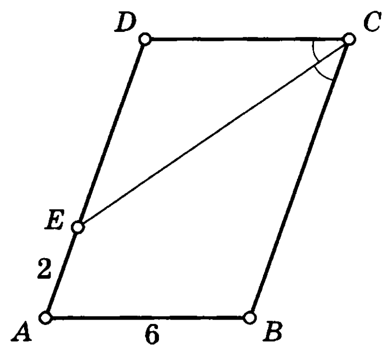
4



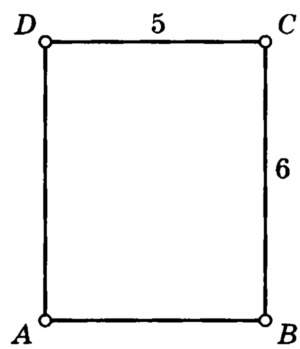
5



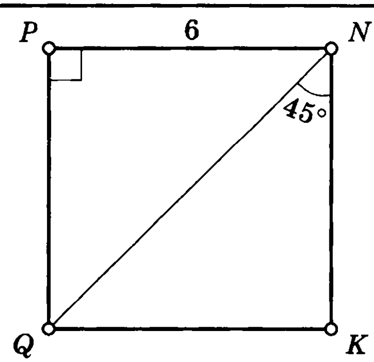
6



7

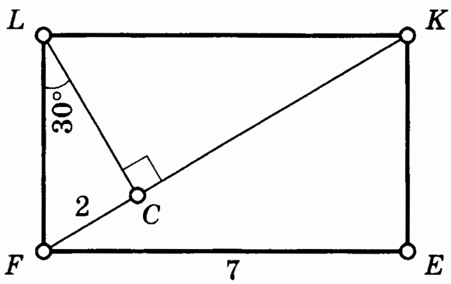


8

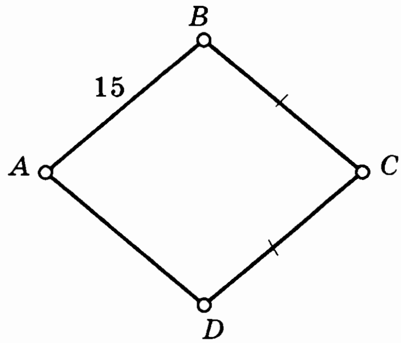


Продолжение табл. 2

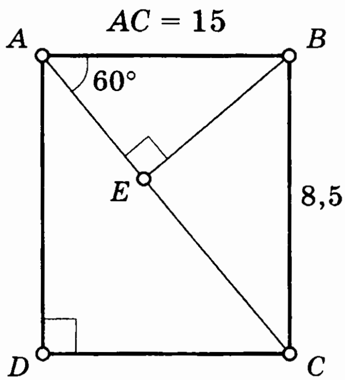
9



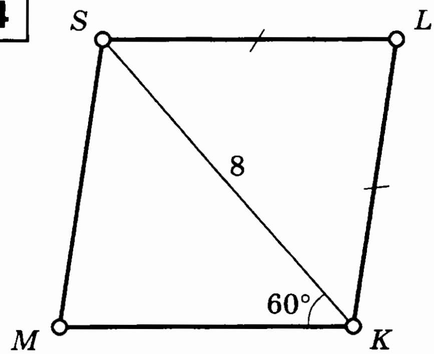
13



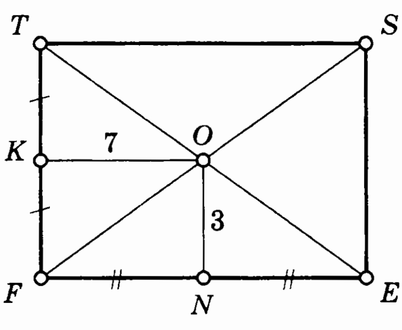
10



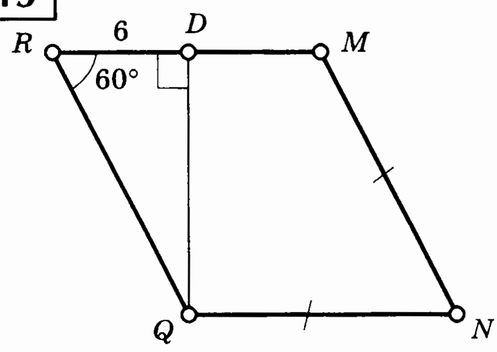
14



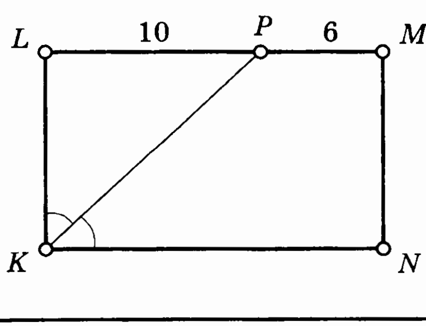
11



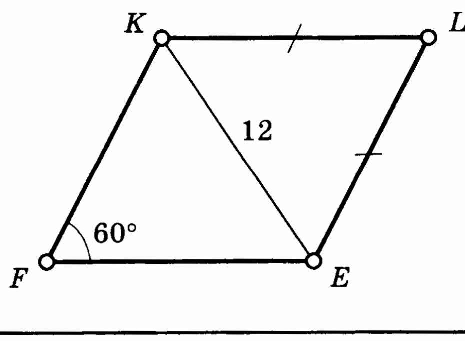
15



12

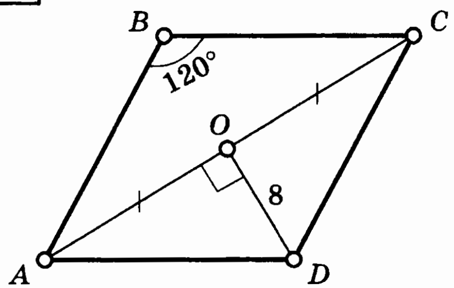


16

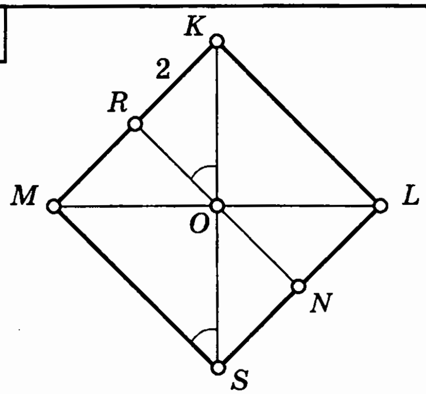


Окончание табл. 2

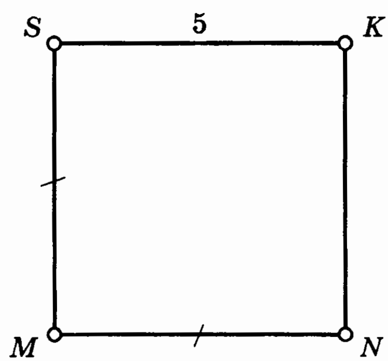
17



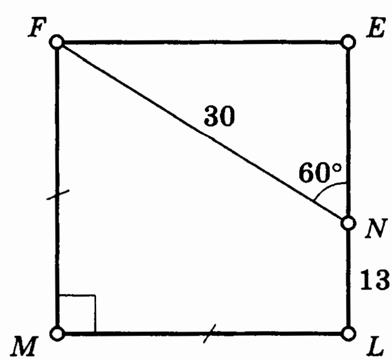
18



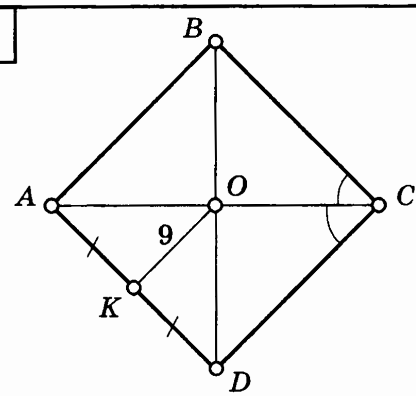
19



20

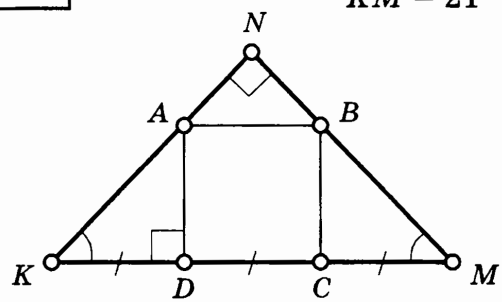


21



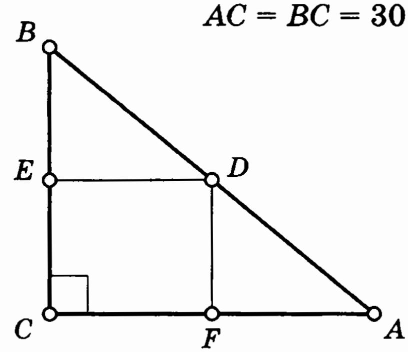
22

$KM = 21$



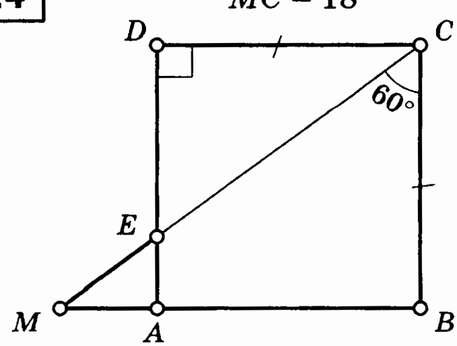
23

$AC = BC = 30$



24

$MC = 18$

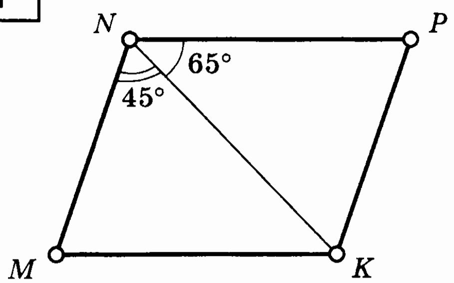


СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

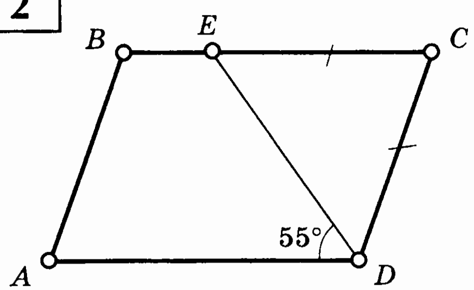
Таблица 3

Найдите неизвестные углы.

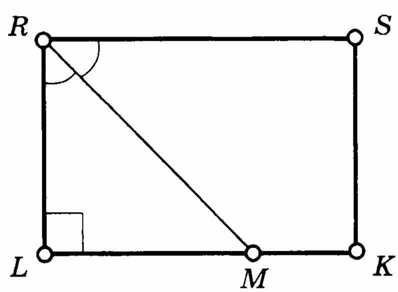
1



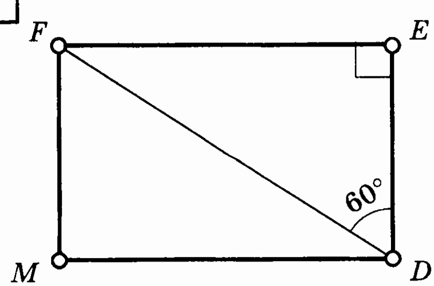
2



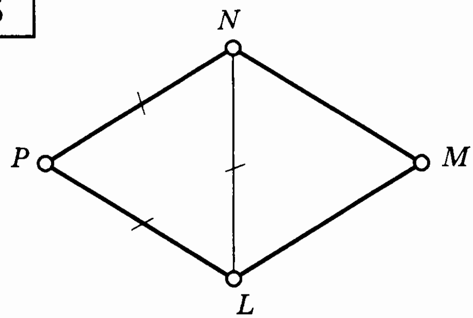
3



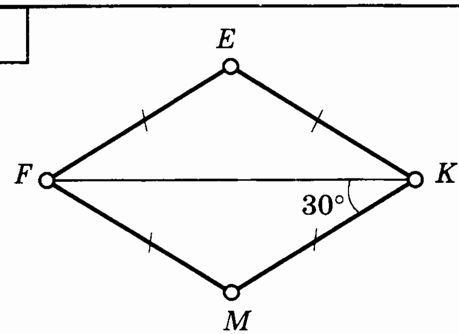
4



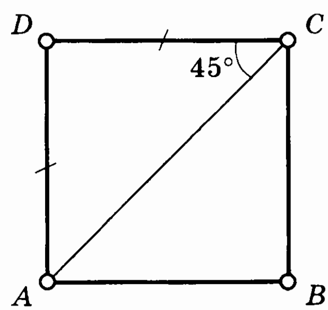
5



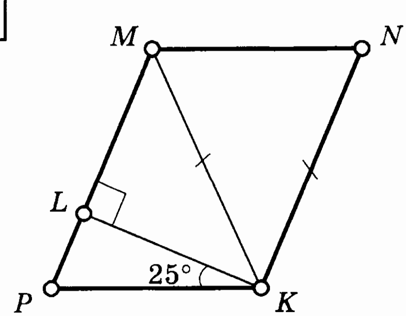
6



7

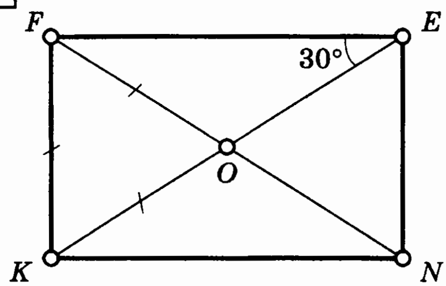


8

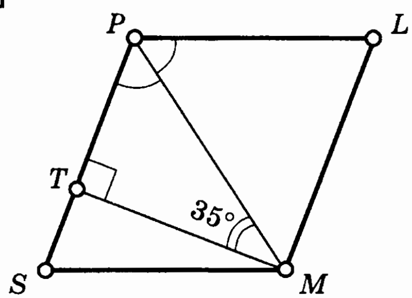


Продолжение табл. 3

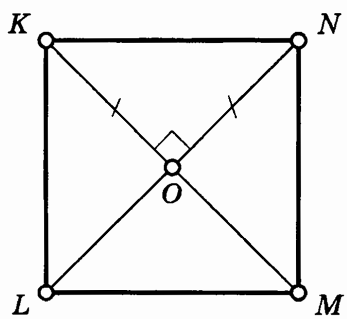
9



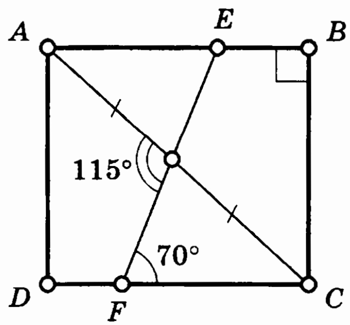
10



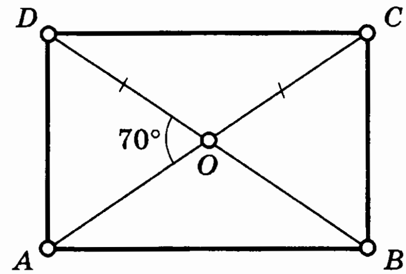
11



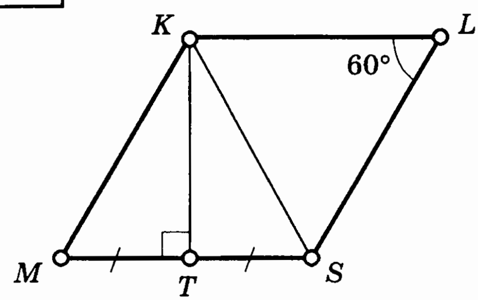
12



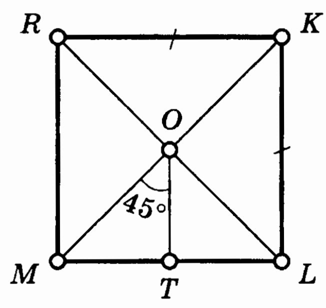
13



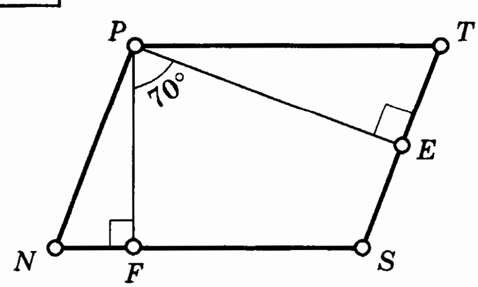
14



15

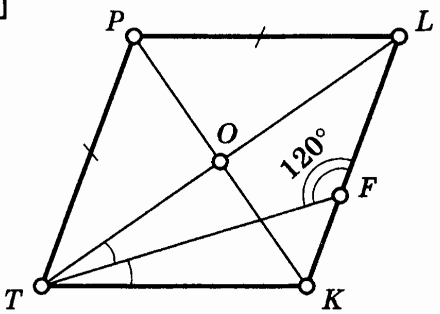


16

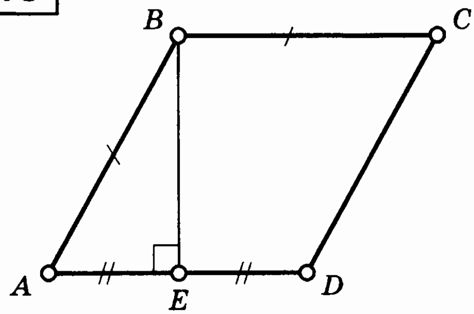


Окончание табл. 3

17



18

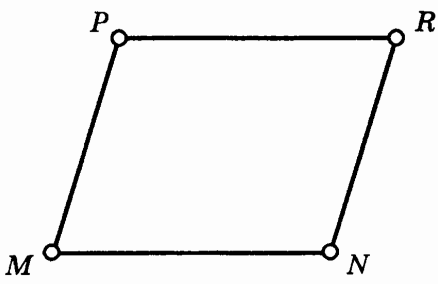


ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

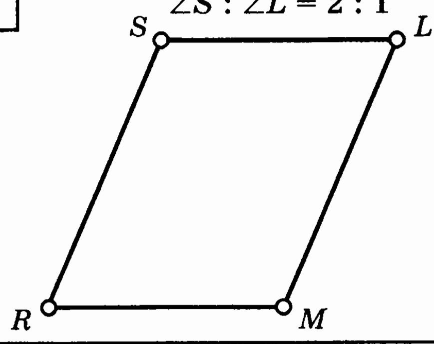
Таблица 4

Найдите углы параллелограмма.

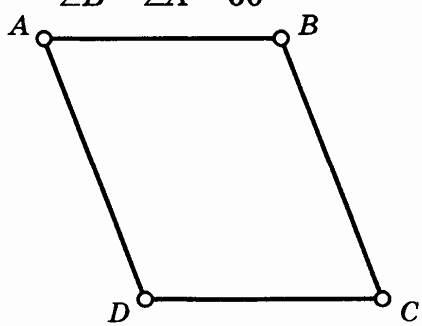
1 $\angle M + \angle R = 140°$



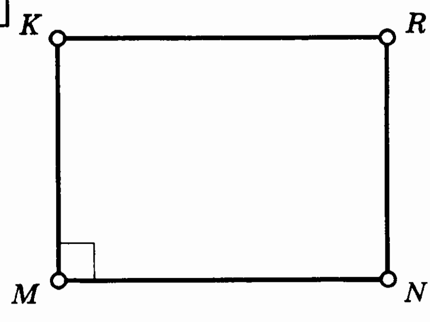
3 $\angle S : \angle L = 2 : 1$



2 $\angle B - \angle A = 60°$



4

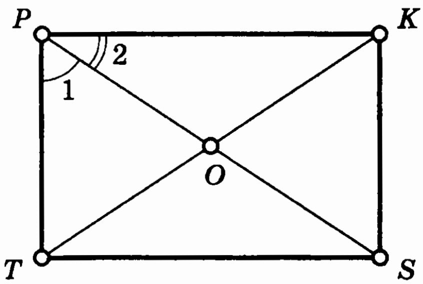


Окончание табл. 4

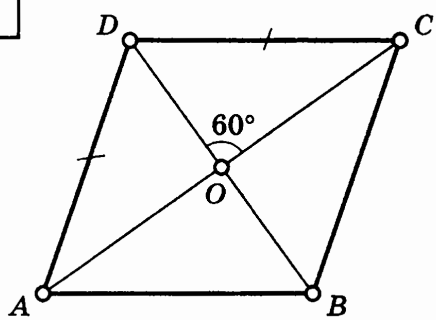
5

$\angle 1 : \angle 2 = 2 : 1$

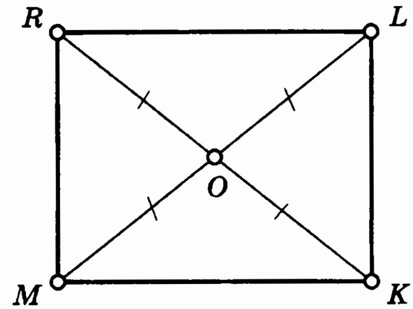
$\angle 1 - \angle 2 = 30°$



6

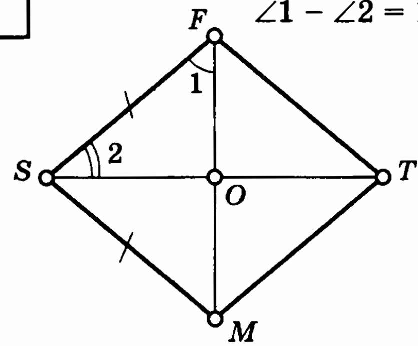


7



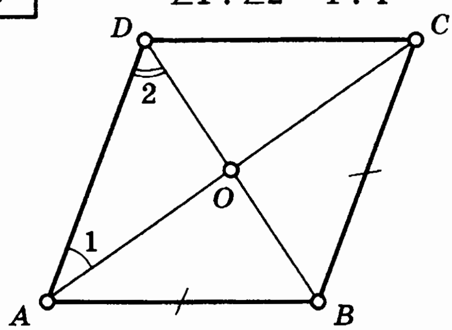
8

$\angle 1 - \angle 2 = 10°$



9

$\angle 1 : \angle 2 = 1 : 4$

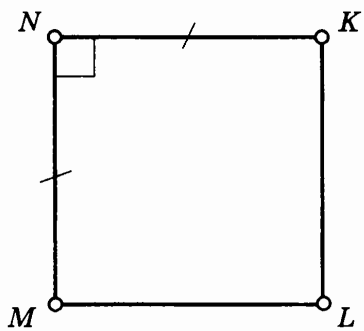


ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

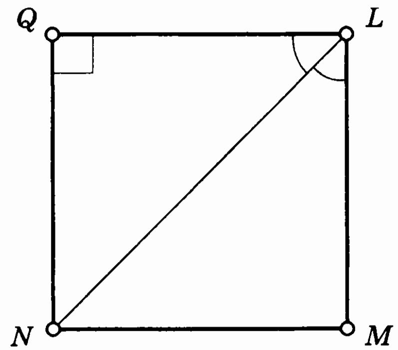
Таблица 5

Найдите стороны параллелограмма, если $P = 36$.

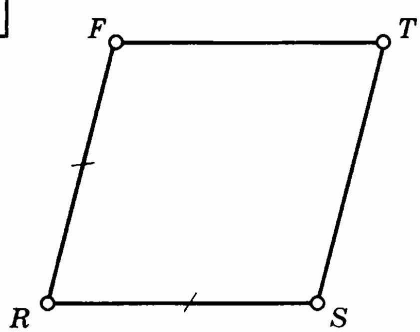
1



5

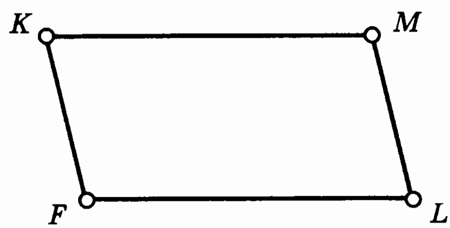


2



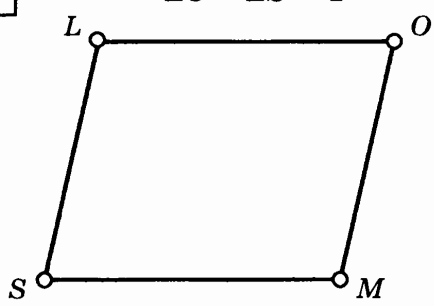
6

$KM = 2\,KF$



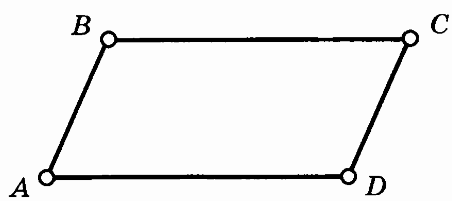
3

$LO - LS = 1$



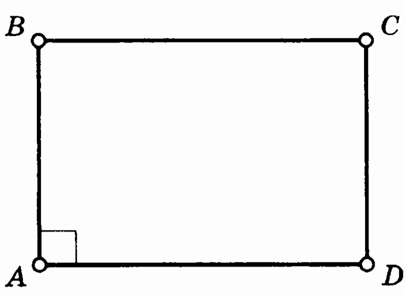
7

$AB : BC = 1 : 2$

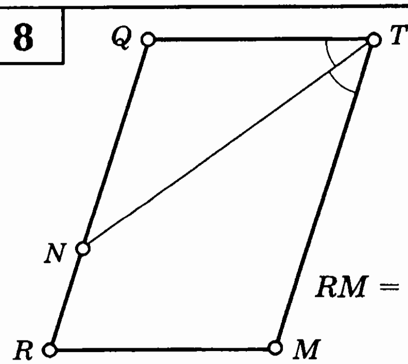


4

$AB : BC = 2 : 3$



8

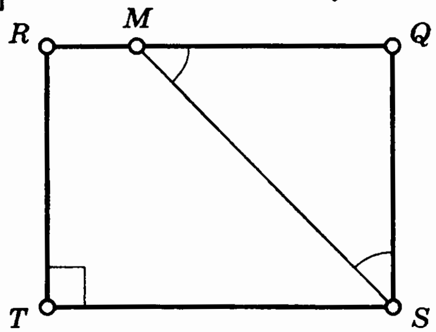


$RM = 1{,}5\,RN$

Окончание табл. 5

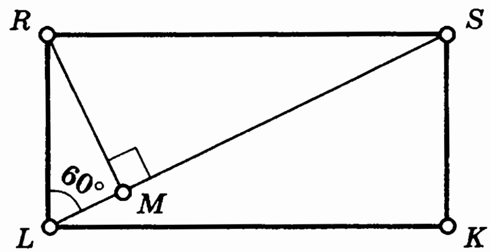
9

$RM + MQ = 10$



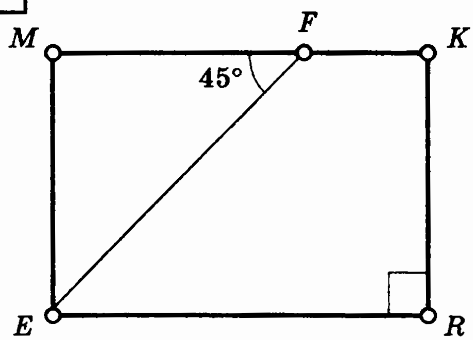
11

$LM = 2$

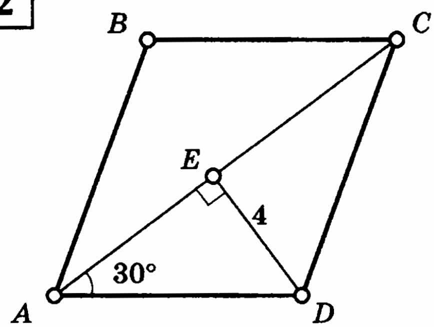


10

$MF - FK = 6$



12

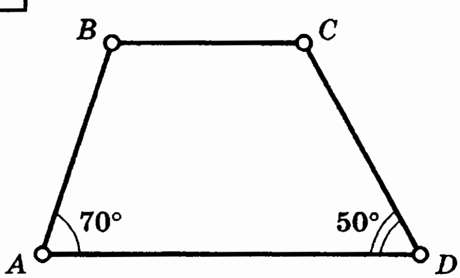


ТРАПЕЦИЯ

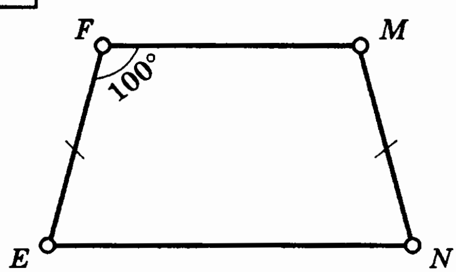
Таблица 6

Найдите углы трапеции.

1

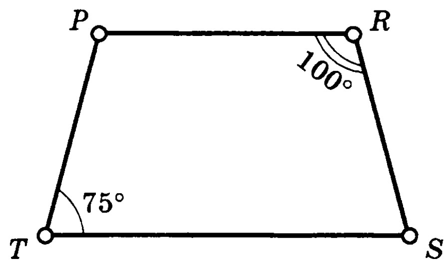


2

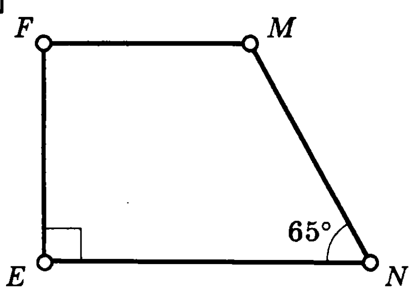


Продолжение табл. 6

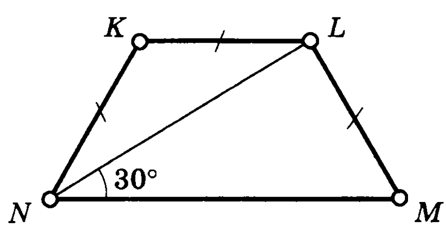
3



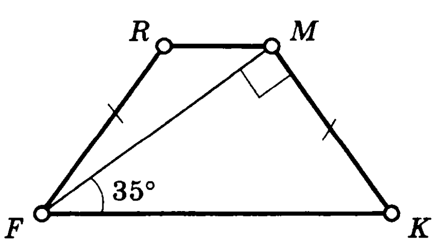
4



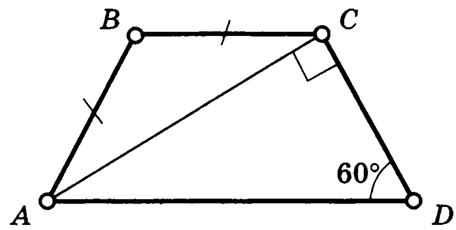
5



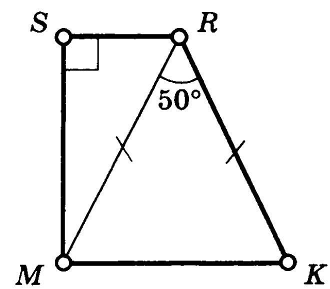
6



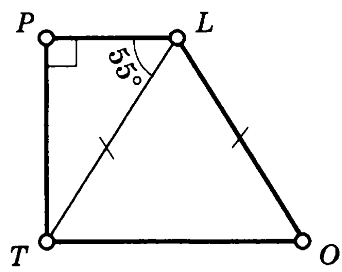
7



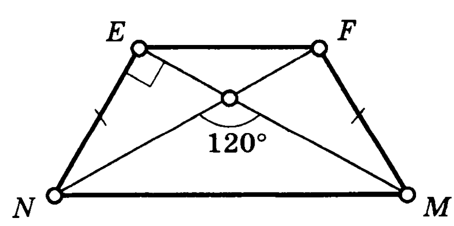
8



9

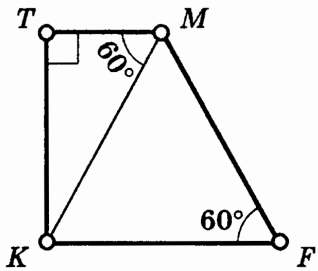


10

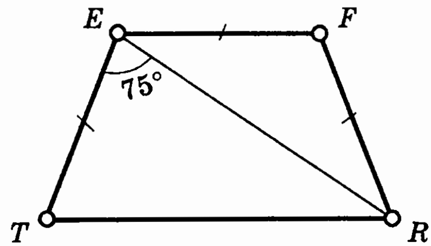


Окончание табл. 6

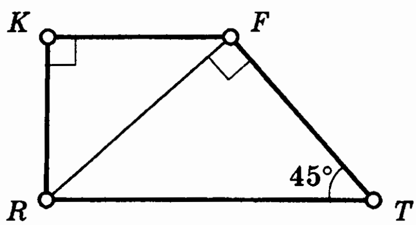
11



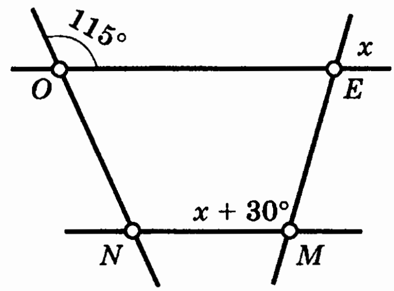
15



12

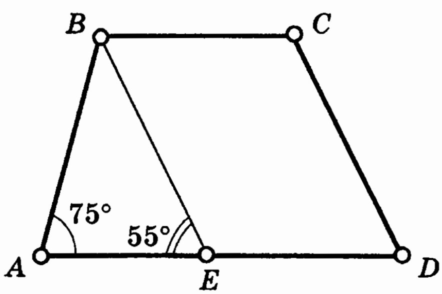


16

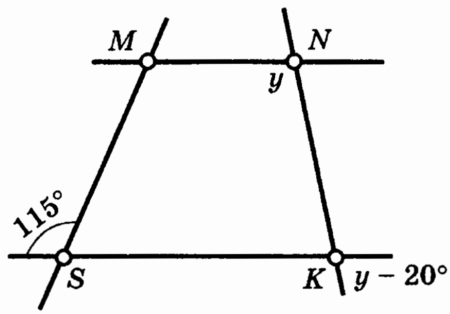


13

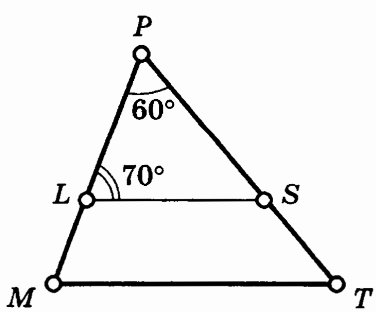
$BE \parallel CD$



17



14



18

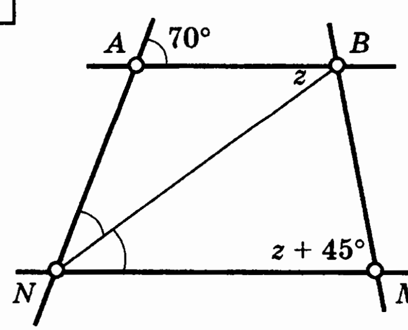
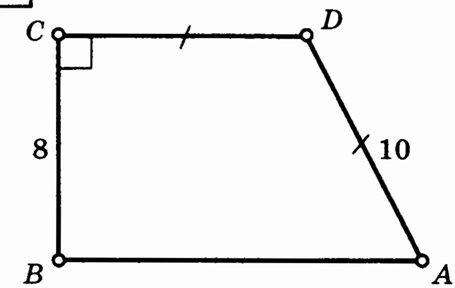


Таблица 7

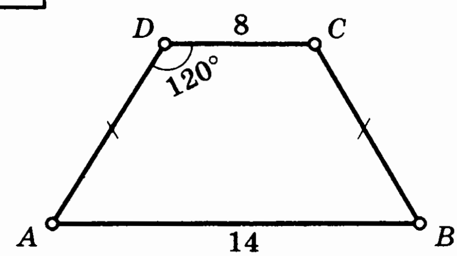
ТРАПЕЦИЯ

Найдите P_{ABCD}.

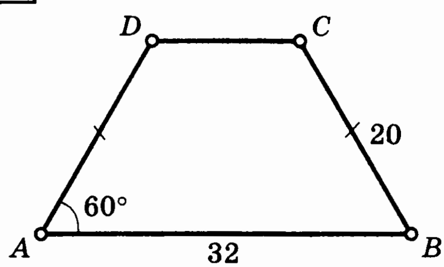
1



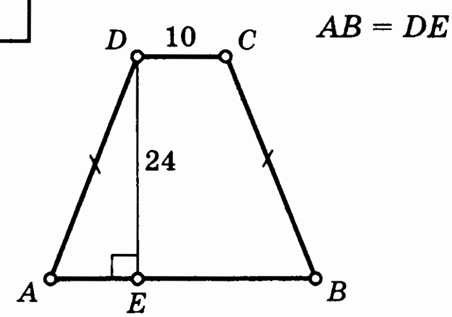
5



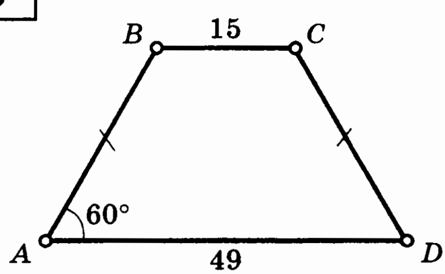
2



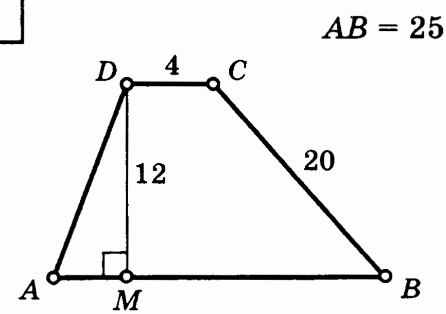
6



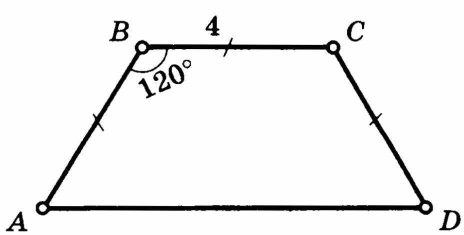
3



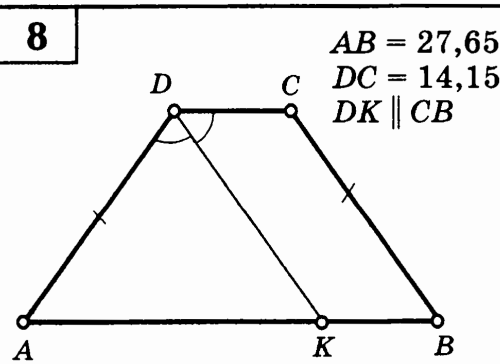
7



4

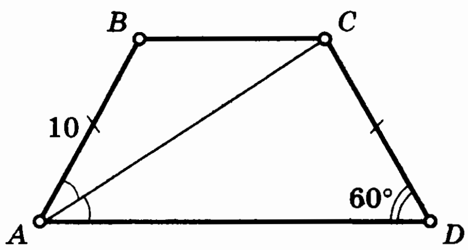


8



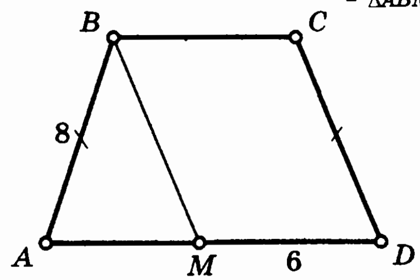
Окончание табл. 7

9



10

$BM \parallel CD$
$P_{\Delta ABM} = 20$

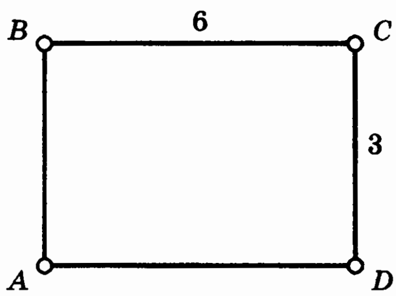


ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

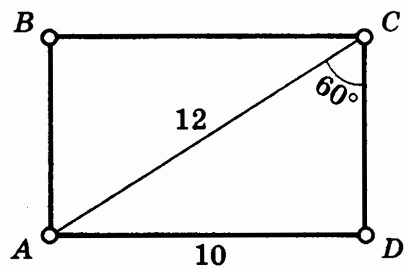
Таблица 8

Найдите S_{ABCD}.

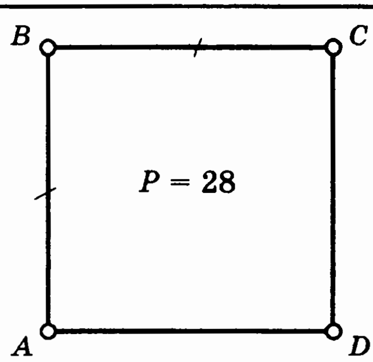
1



3

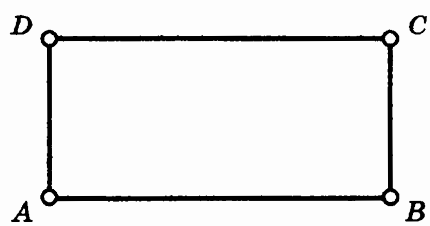


2



4

$AB = 3\ BC$
$AB - BC = 12$

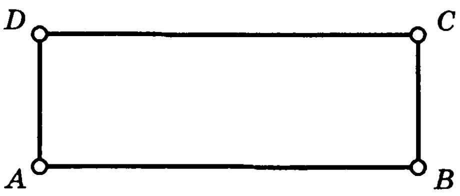


Продолжение табл. 8

5

$P = 30$

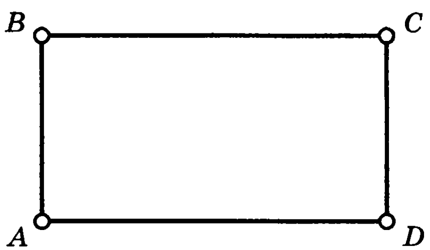
$AB = 4\ BC$



6

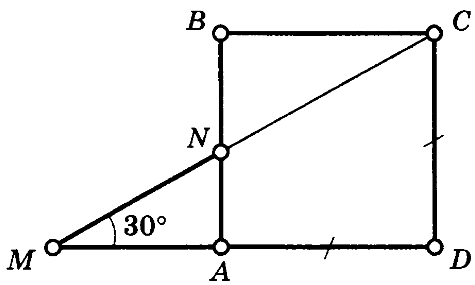
$P = 36$

$AD : DC = 2 : 1$



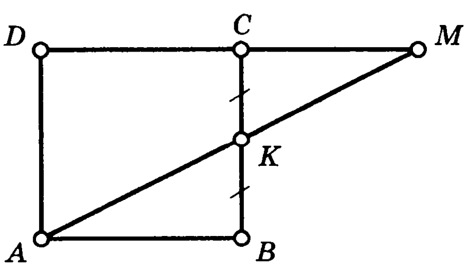
7

$MC = 20$

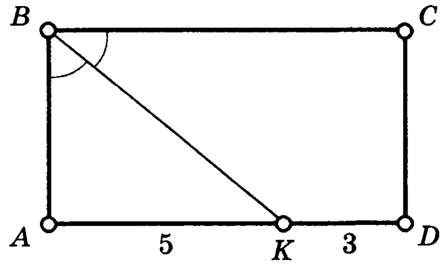


8

$S_{\Delta AMD} = 33$

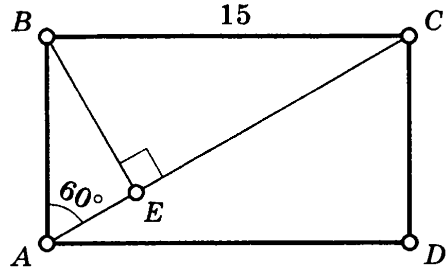


9

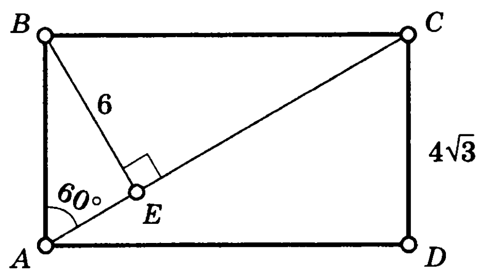


10

$AE = 2{,}5\sqrt{3}$

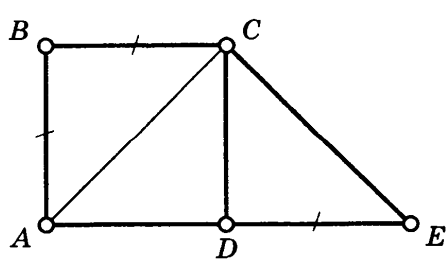


11



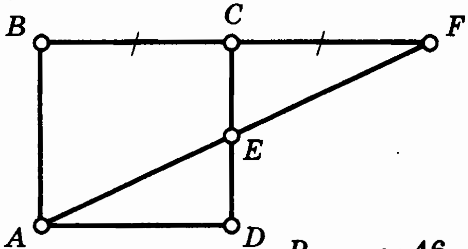
12

$S_{\Delta ACE} = 64$



Окончание табл. 8

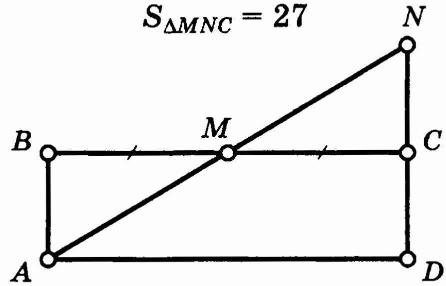
13



$P_{ABCD} = 46$
$BC - AB = 5$

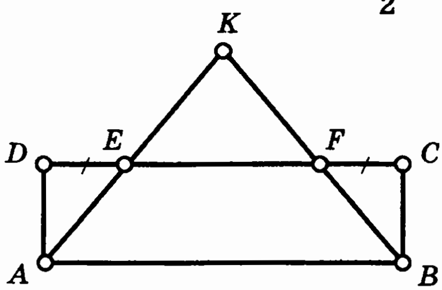
14

$AD = 3\,AB$
$S_{\Delta MNC} = 27$



15

$S_{\Delta EKF} = 28$
$DC : AD = 7 : 4$
$DE = FC = \dfrac{1}{2}\,EF$

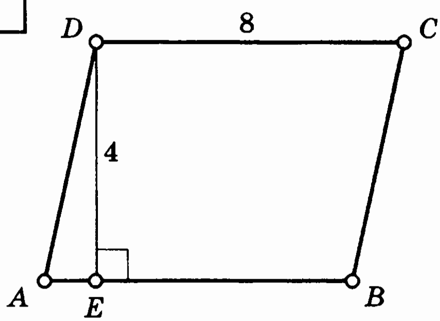


ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

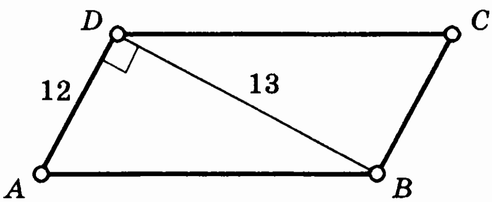
Таблица 9

Найдите S_{ABCD}.

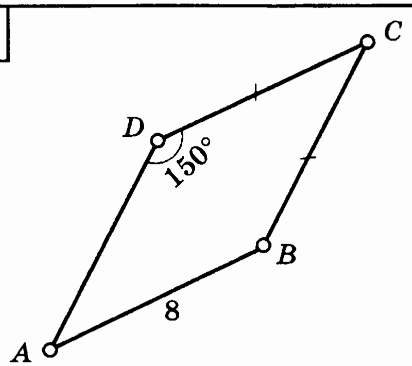
1



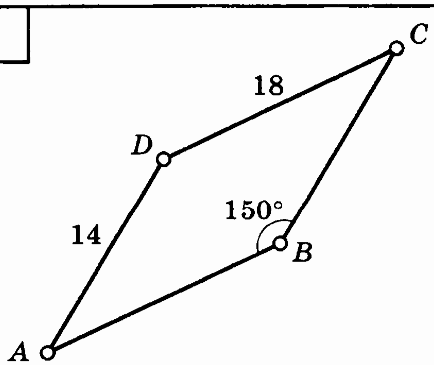
2



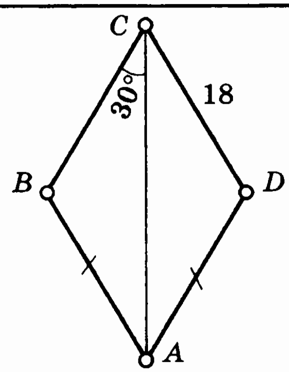
3



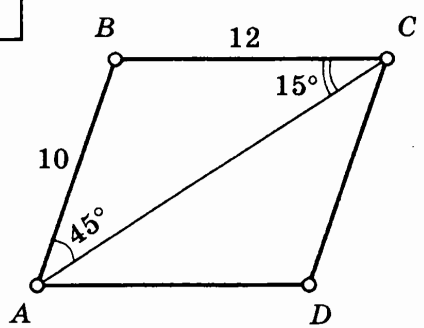
4



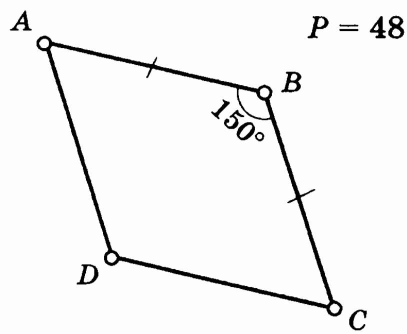
5



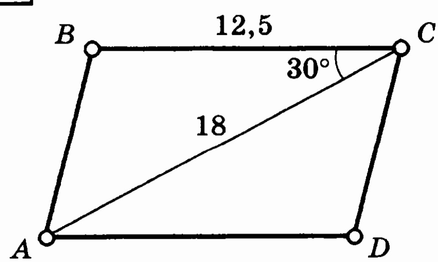
6



7

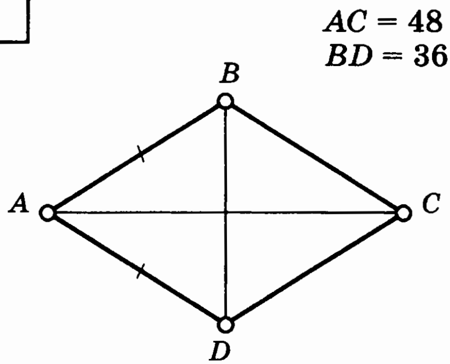


8

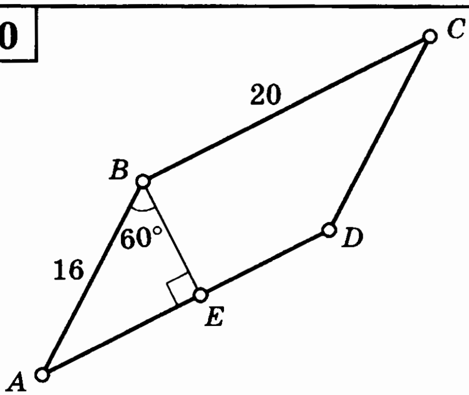


Продолжение табл. 9

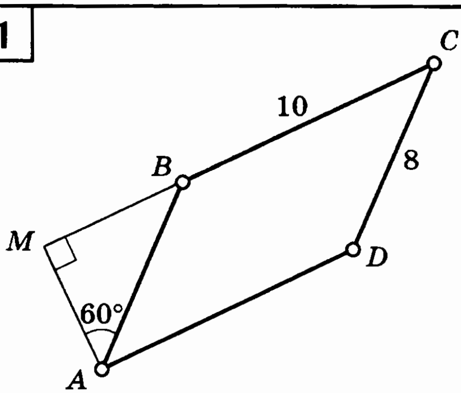
9



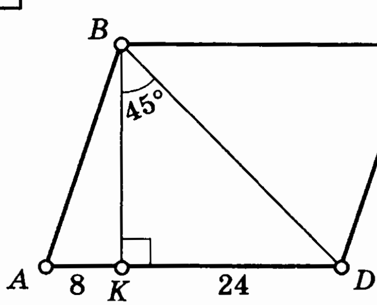
10



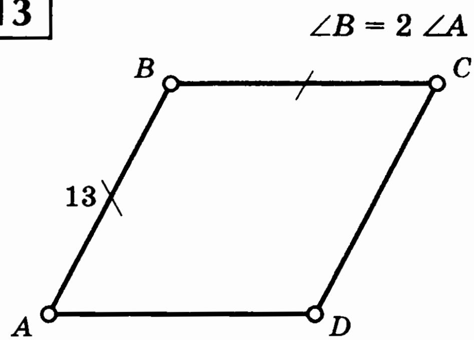
11



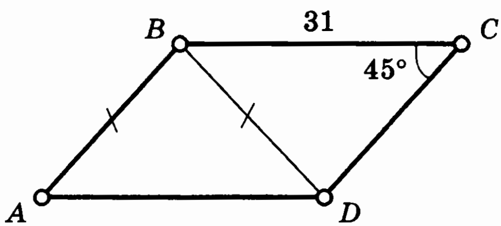
12



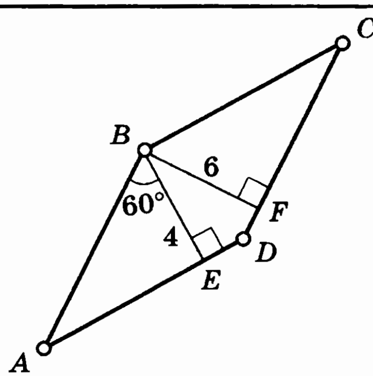
13



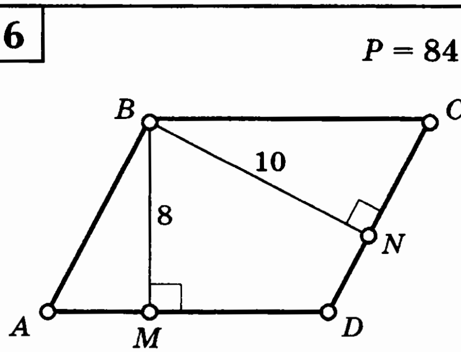
14



15



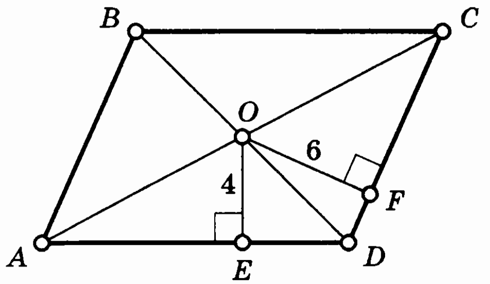
16



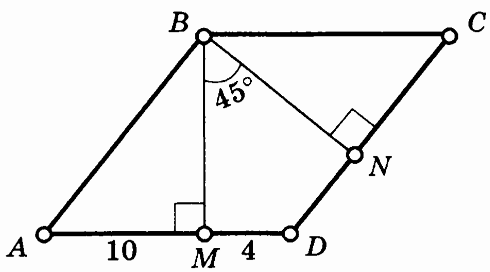
Окончание табл. 9

17

$P = 20$

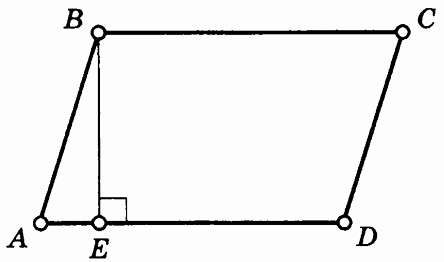


18



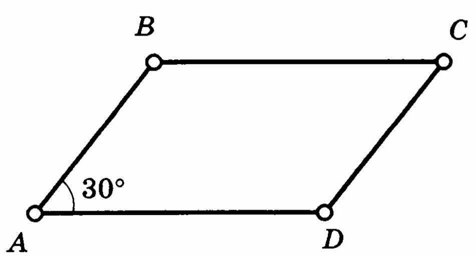
19

$BE : AD = 1 : 3$
$AD - BE = 8$



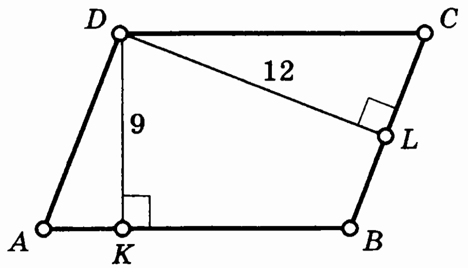
20

$P = 92$
$BC - AB = 4$



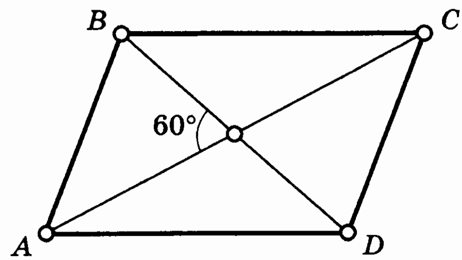
21

$AB - BC = 4$

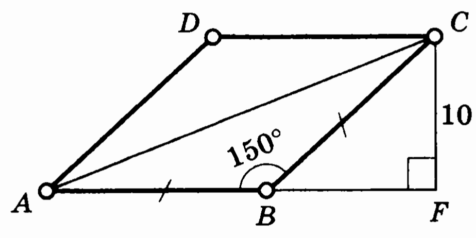


22

$BD = 12$
$AC = 16$

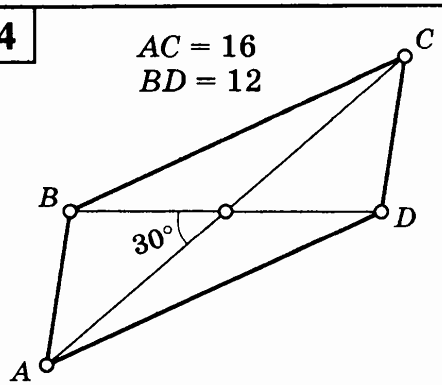


23



24

$AC = 16$
$BD = 12$



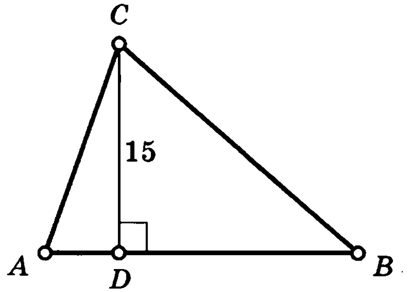
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 10

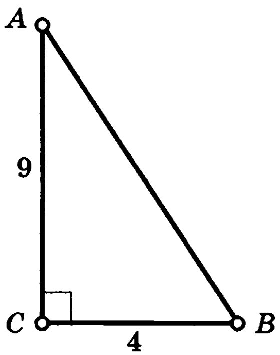
Найдите $S_{\Delta ABC}$.

1

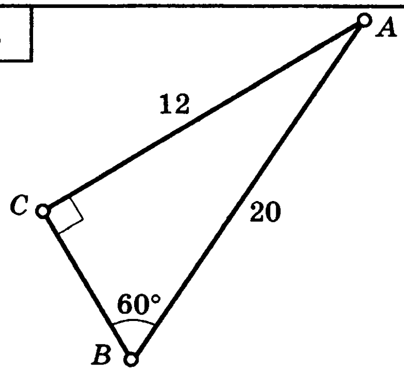
$AB = 22$



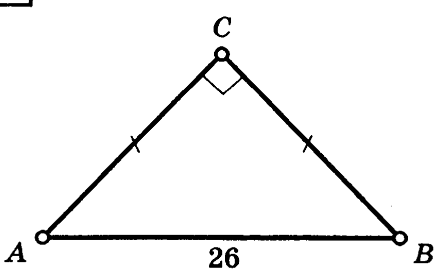
2



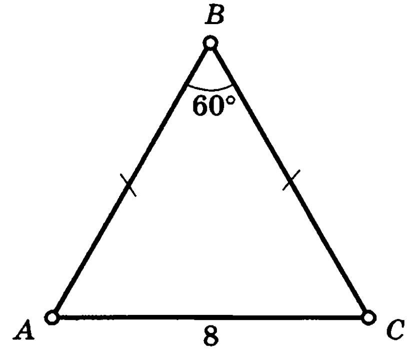
3



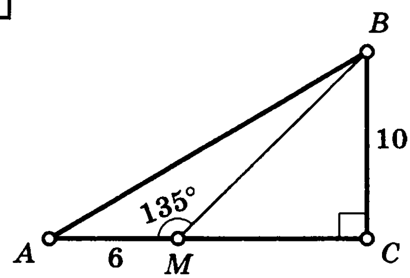
4



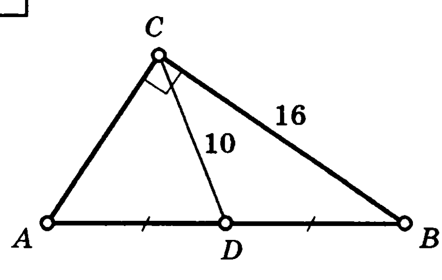
5



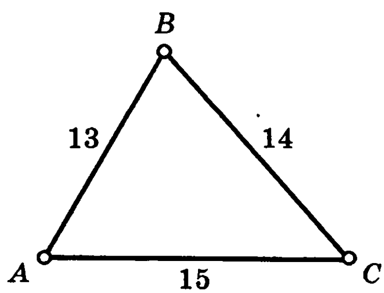
6



7

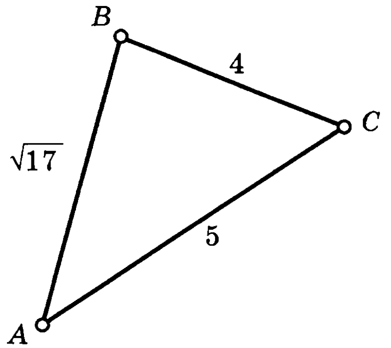


8

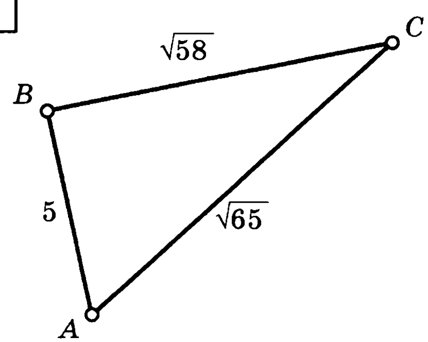


Продолжение табл. 10

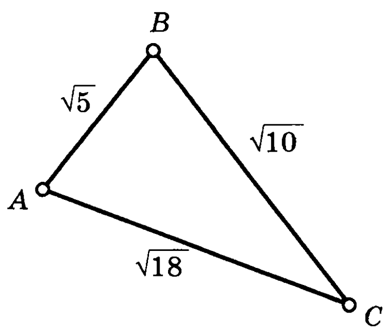
9



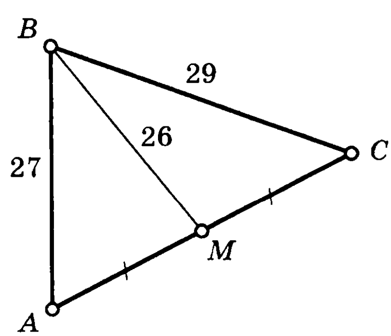
10



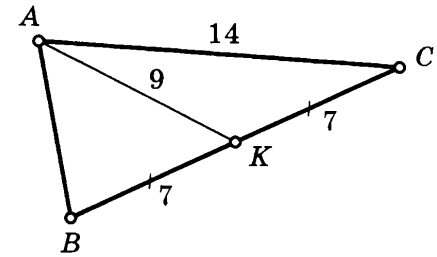
11



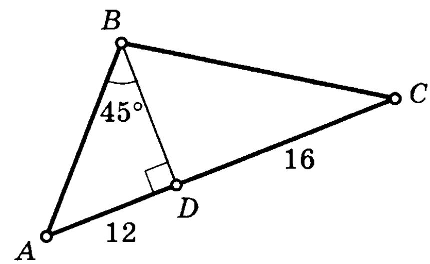
12



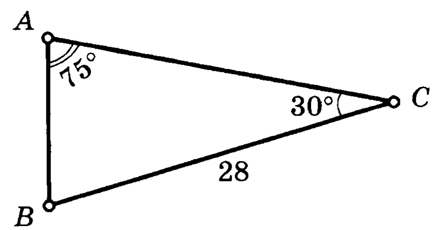
13



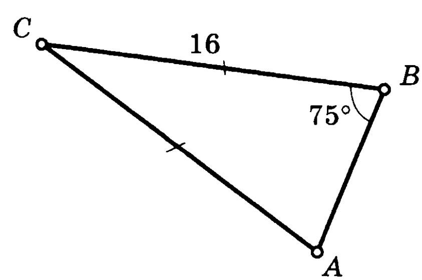
14



15



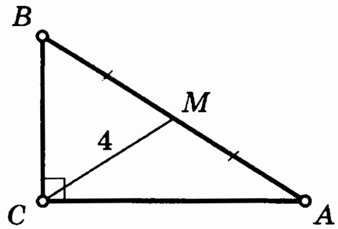
16



Окончание табл. 10

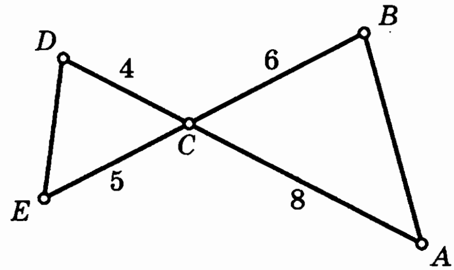
17

$\angle ACM : \angle BCM = 1 : 2$



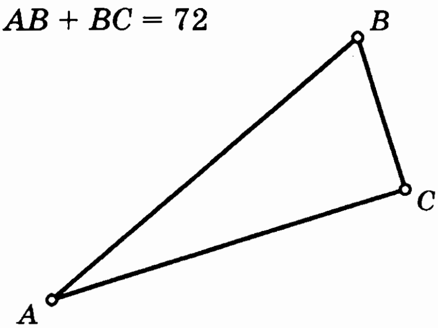
19

$S_{\Delta DEC} + S_{\Delta ABC} = 51$

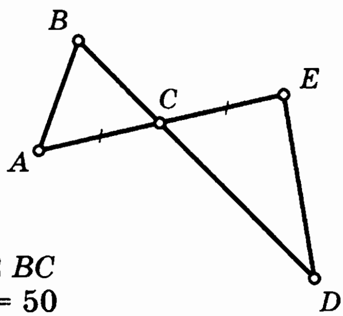


18

$\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$
$AB + BC = 72$

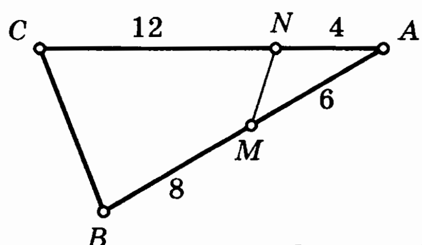


20



$CD = 2\ BC$
$S_{\Delta CED} = 50$

21



$S_{\Delta AMN} = 9$

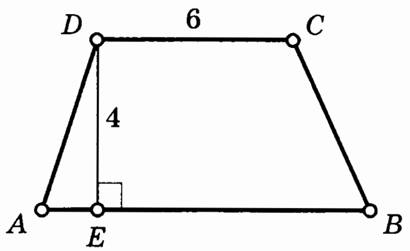
ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

Таблица 11

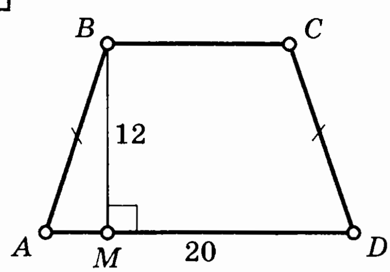
Найдите S_{ABCD}.

1

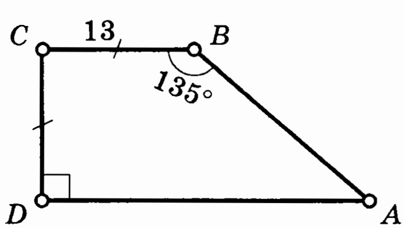
$AB = 10$



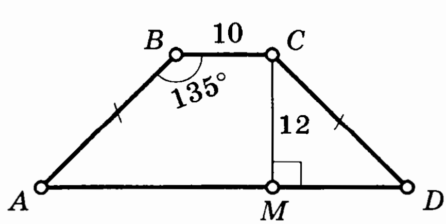
2



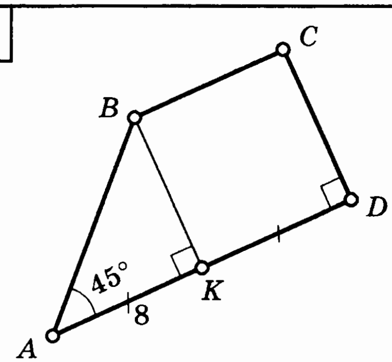
3



4

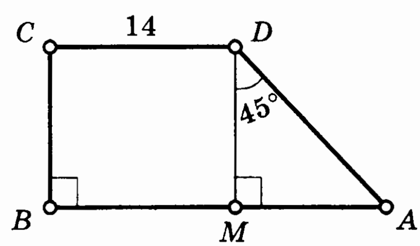


5

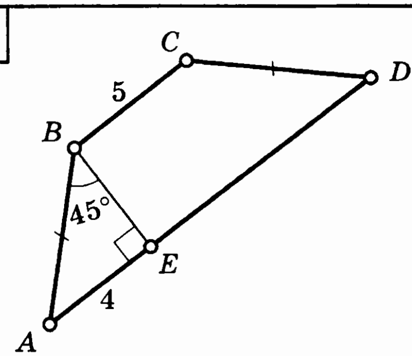


6

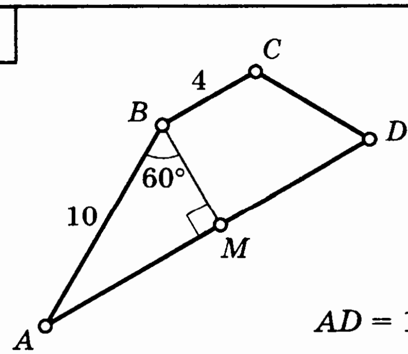
$AB = 25$



7



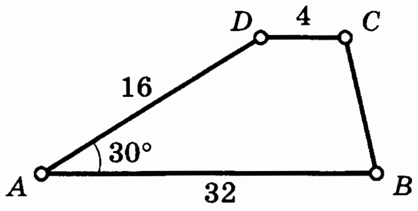
8



$AD = 15$

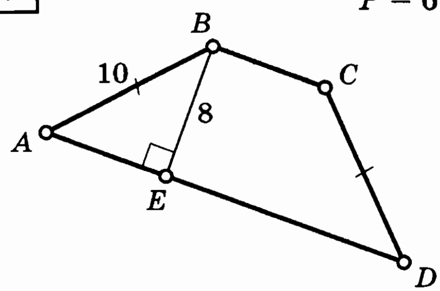
Продолжение табл. 11

9



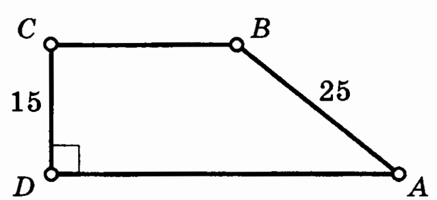
10

$P = 64$



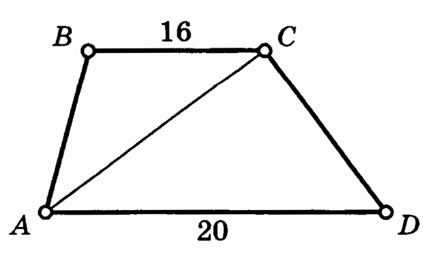
11

$P = 80$

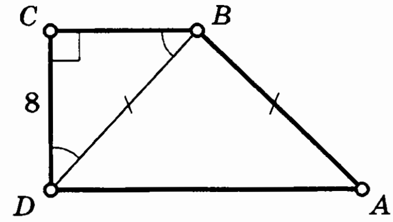


12

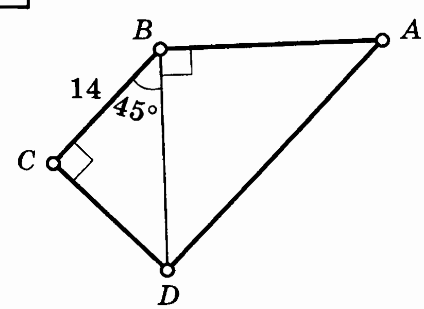
$S_{\Delta ACD} = 60$



13



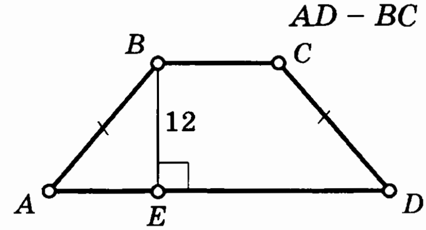
14



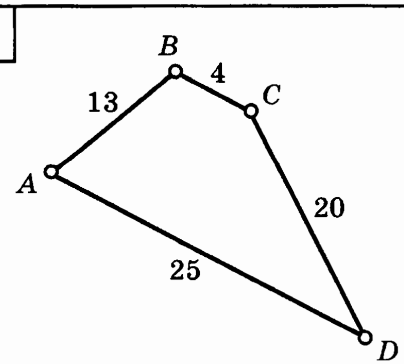
15

$BC = \frac{1}{2} ED$

$AD - BC = 4$



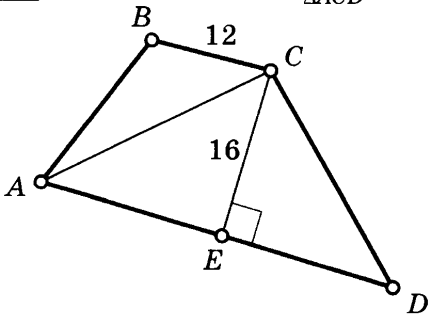
16



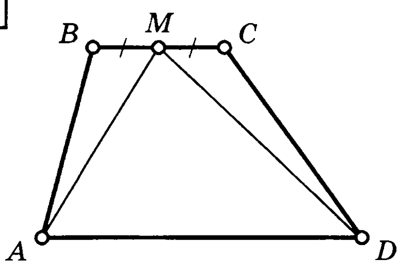
Продолжение табл. 11

17

$S_{\Delta ACD} = 196$



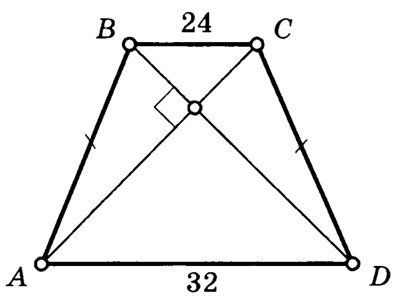
18



$AD : BC = 2 : 1$
$S_{\Delta AMD} = 120$

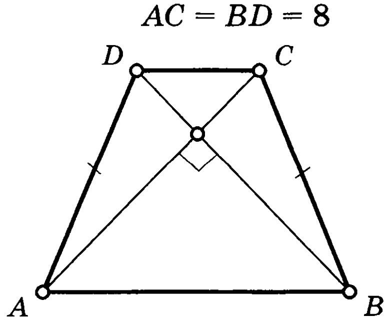
19

$ABCD$ — трапеция



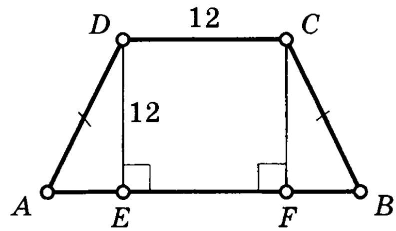
20

$ABCD$ — трапеция
$AC = BD = 8$



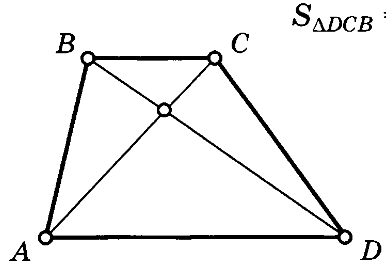
21

$AE = FB = \frac{1}{2}EF$



22

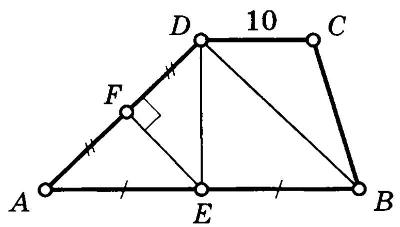
$S_{\Delta ACD} = 32$
$S_{\Delta DCB} = 13$



$ABCD$ — трапеция

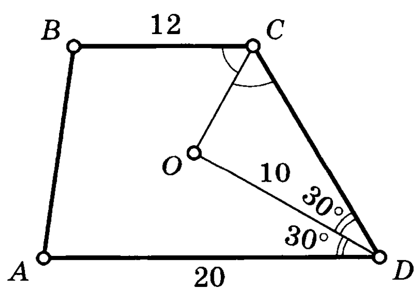
23

$ABCD$ — трапеция
$AD = DB$
$AB = 24$



24

$ABCD$ — трапеция

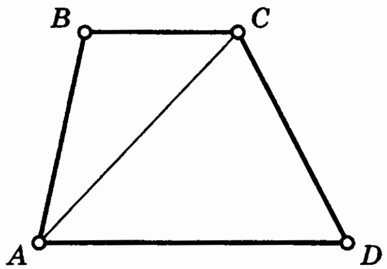


Окончание табл. 11

25

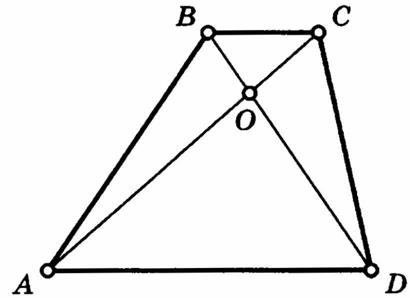
$BC : AD = 3 : 4$

$S_{\Delta ABC} = 30$



26

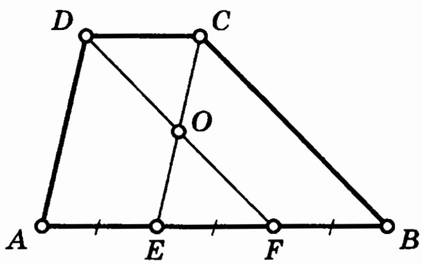
$S_{\Delta BOC} = 4$ $S_{\Delta AOD} = 25$



27

$AB : DC = 3 : 1$

$S_{\Delta DOC} = 8$

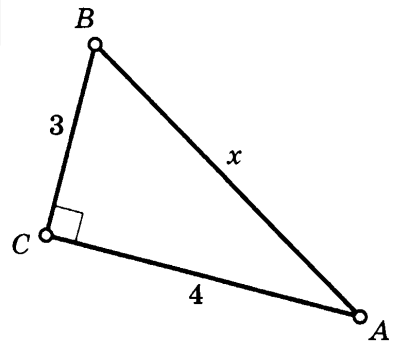


ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

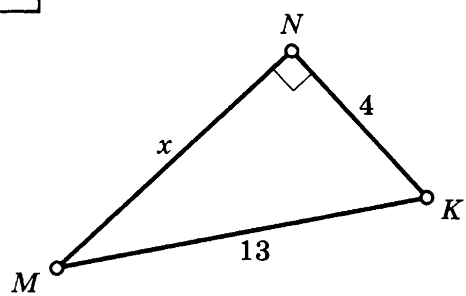
Таблица 12

Найдите x.

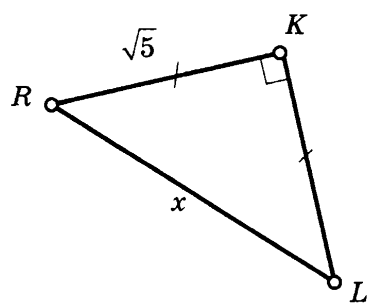
1



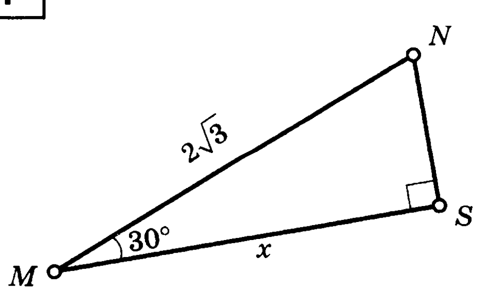
2



3

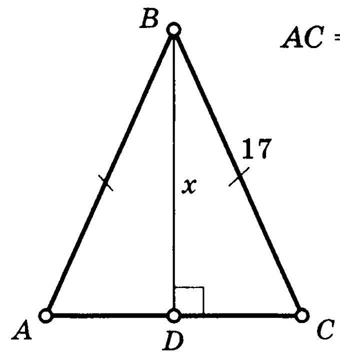


4



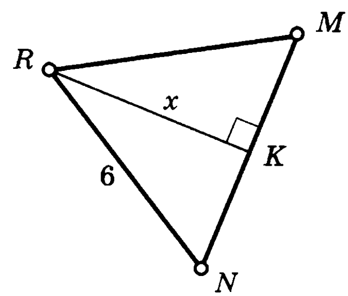
5

$AC = 16$



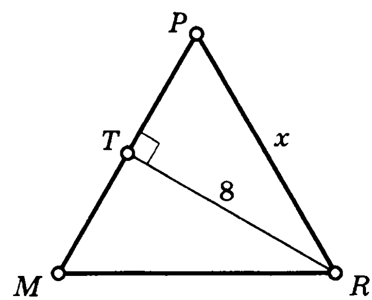
6

ΔRMN — правильный

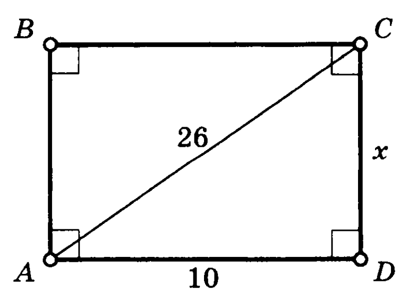


7

ΔMPR — правильный

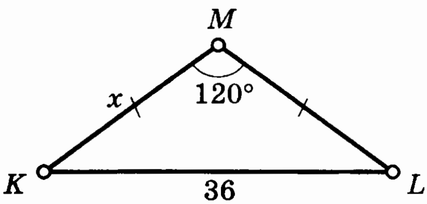


8



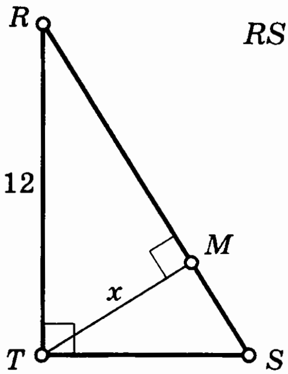
Продолжение табл. 12

9



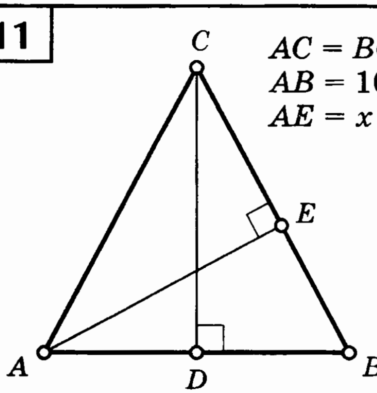
10

$RS = 13$



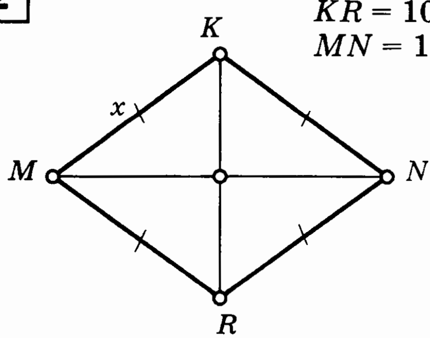
11

$AC = BC = 13$
$AB = 10$
$AE = x$



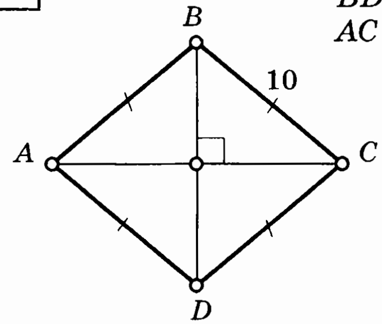
12

$KR = 10$
$MN = 12$



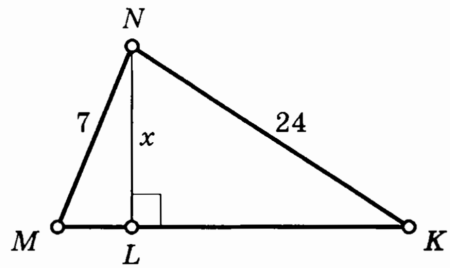
13

$BD = 12$
$AC = x$



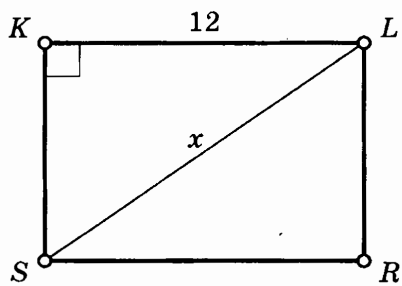
14

$MK = 25$



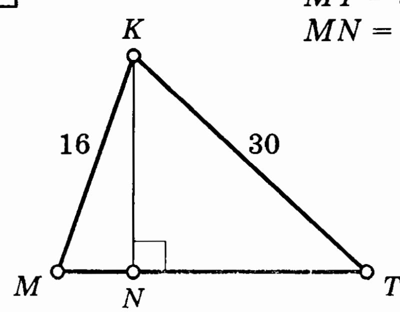
15

$SRLK$ — прямоугольник



16

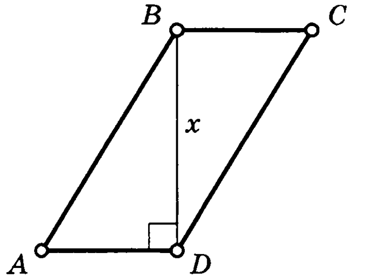
$MT = 34$
$MN = x$



Продолжение табл. 12

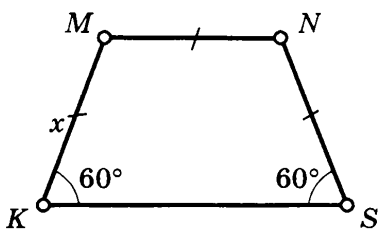
17

$AB - BC = 3 \quad P = 50$



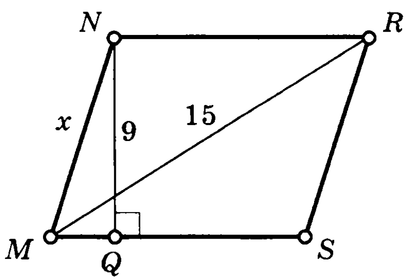
18

$S_{KMNS} = 96\sqrt{3}$



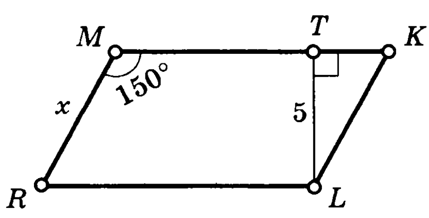
19

$S_{MNRS} = 99$

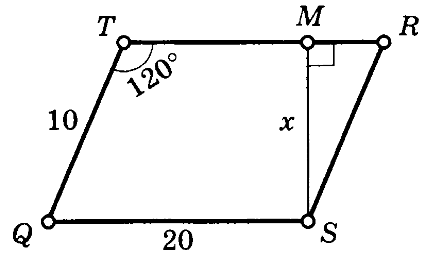


20

RLKM — параллелограмм

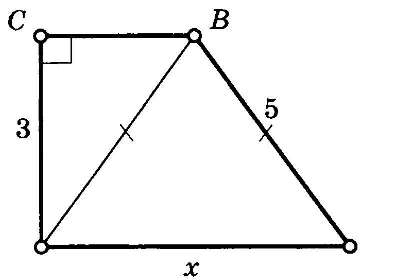


21



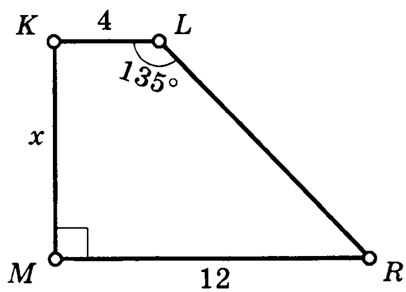
22

ABCD — трапеция

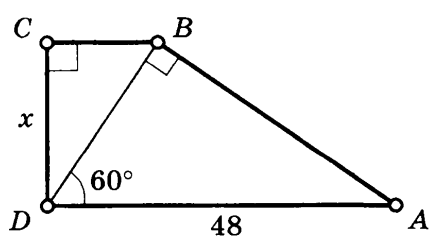


23

MKLR — трапеция

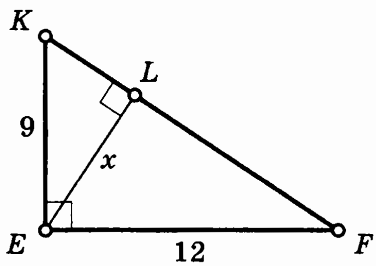


24

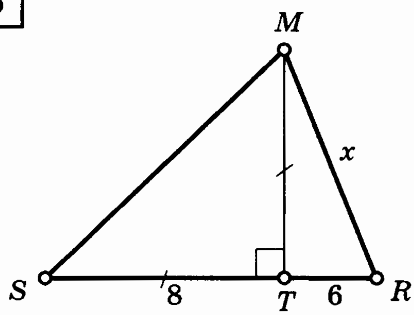


Продолжение табл. 12

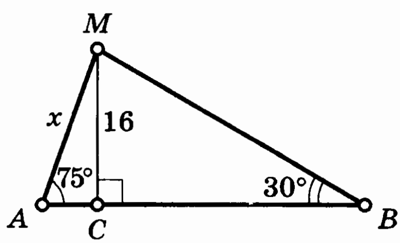
25



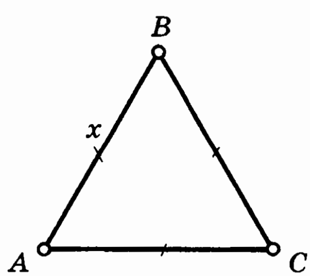
26



27



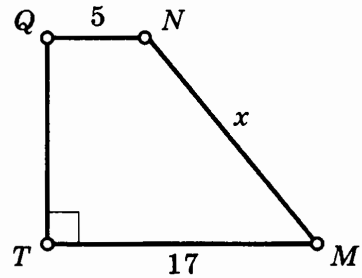
28



$S = 4\sqrt{3}$

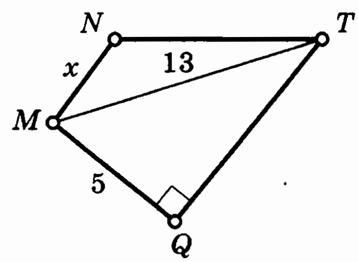
29

$S = 55$



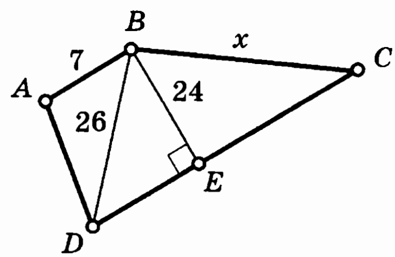
30

$MNTQ$ — трапеция
$S_{MNTQ} = 50$

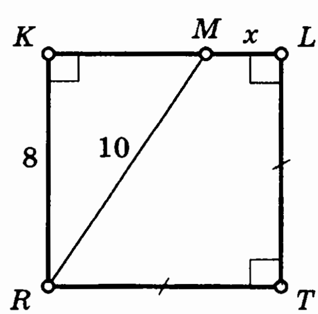


31

$ABCD$ — трапеция
$S_{ABCD} = 432$



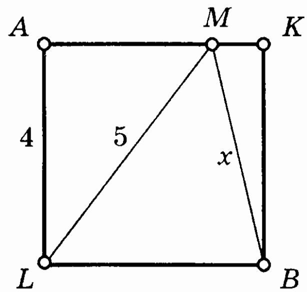
32



Продолжение табл. 12

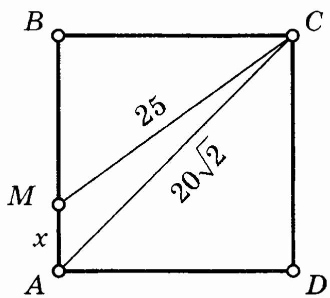
33

$AKBL$ — квадрат



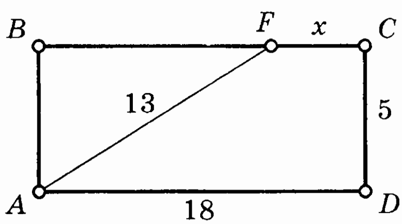
34

$ABCD$ — квадрат



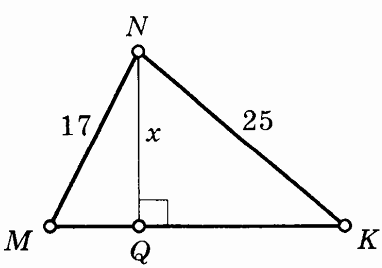
35

$ABCD$ — прямоугольник



36

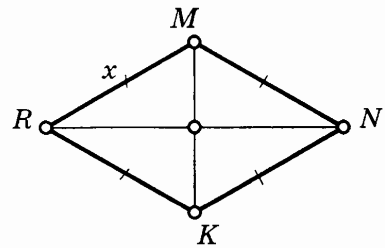
$P_{\triangle MNK} = 70$



37

$RN - MK = 4$

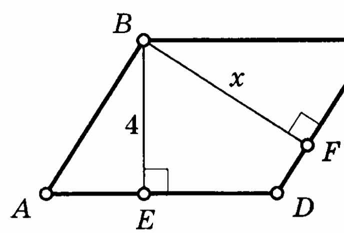
$S_{RMNK} = 96$



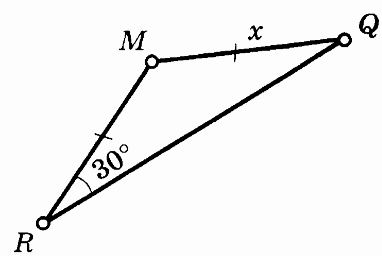
38

$ABCD$ — параллелограмм

$P_{ABCD} = 42, \ S_{ABCD} = \dfrac{140}{3}$



39



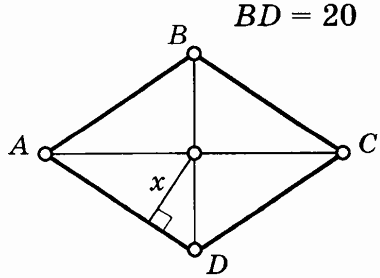
$S = 100\sqrt{3}$

40

$ABCD$ — ромб

$S_{ABCD} = 480$

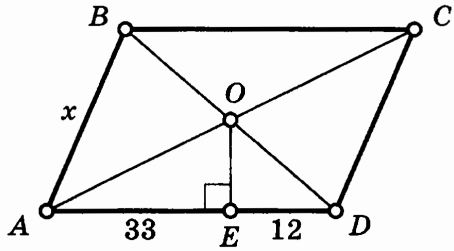
$BD = 20$



Продолжение табл. 12

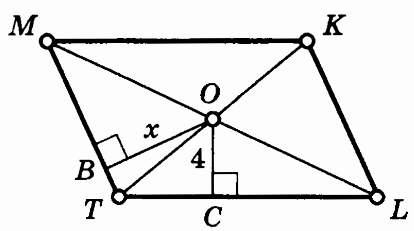
41

$ABCD$ — параллелограмм
$S = 900$



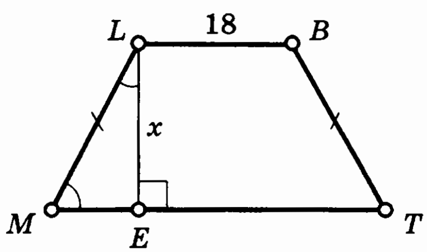
42

$MKLT$ — параллелограмм
$S_{MKLT} = 48$, $P_{MKLT} = 40$



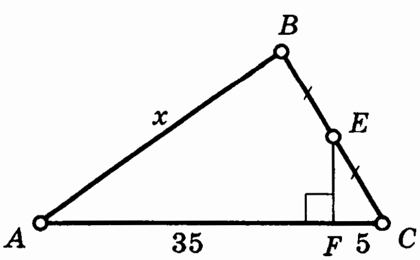
43

$MLBT$ — трапеция
$S = 243$



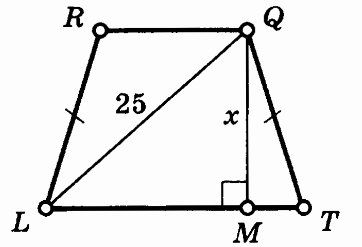
44

$S_{\Delta ABC} = 320$



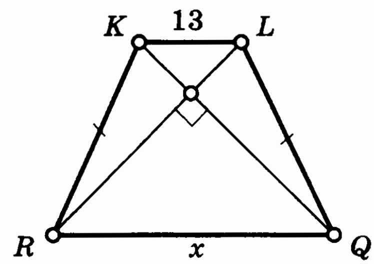
45

$LRQT$ — трапеция
$S_{LRQT} = 300$



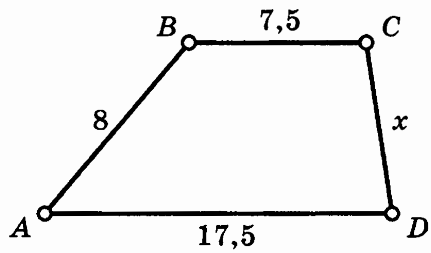
46

$RKQL$ — трапеция
$S = 100$



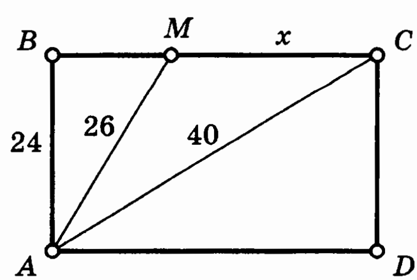
47

$S_{ABCD} = 60$, $AD \parallel BC$



48

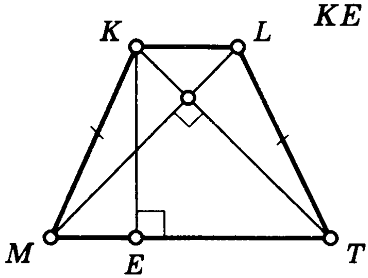
$ABCD$ — прямоугольник



Окончание табл. 12

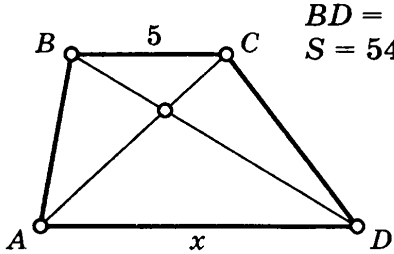
49

$MKLT$ — трапеция
$S = 81$
$KE = x$



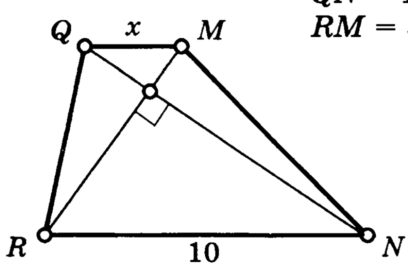
50

$ABCD$ — трапеция
$AC = 9$
$BD = 12$
$S = 54$



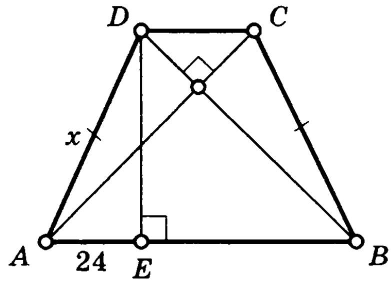
51

$RQMN$ — трапеция
$QN = 12$
$RM = 5$



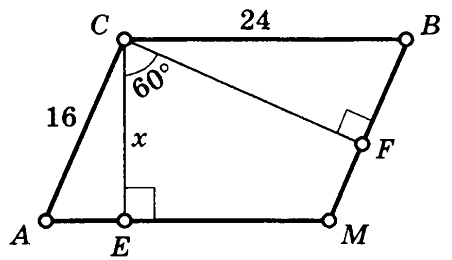
52

$ABCD$ — трапеция
$S = 100$



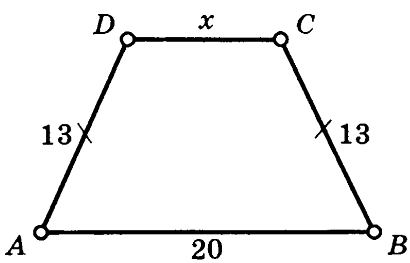
53

$ACBM$ — параллелограмм



54

$S_{ABCD} = 180$



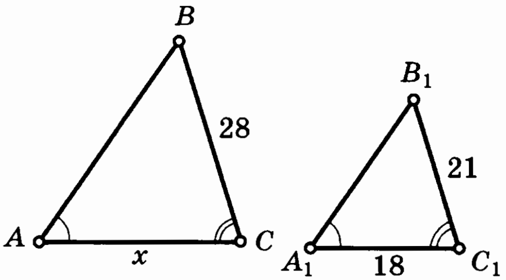
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Таблица 13

Найдите x, y, z.

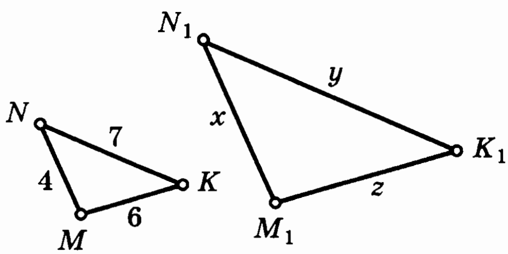
1

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$



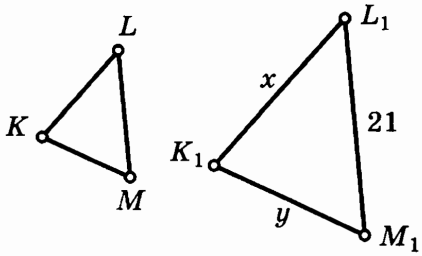
2

$\Delta MNK \sim \Delta M_1N_1K_1$
$N_1K_1 : NK = 2 : 1$



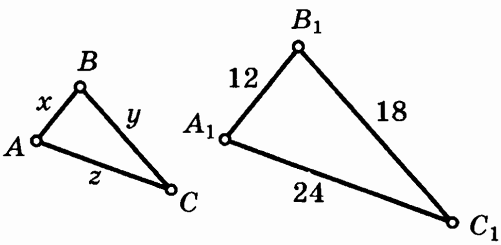
3

$\Delta KLM \sim \Delta K_1L_1M_1$
$KL : LM : KM = 6 : 7 : 5$



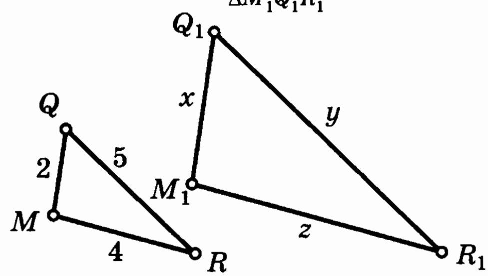
4

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
$P_{\Delta ABC} = 36$



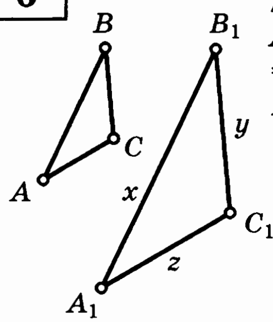
5

$\Delta QMR \sim \Delta Q_1M_1R_1$
$P_{\Delta M_1Q_1R_1} = 110$



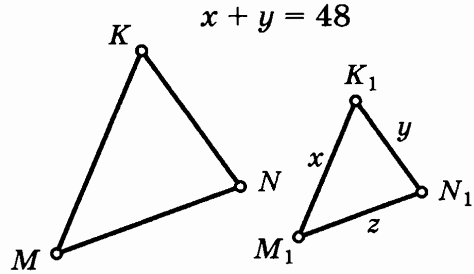
6

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
$AB : BC : AC =$
$= 6 : 4 : 3$
$P_{\Delta A_1B_1C_1} = 91$



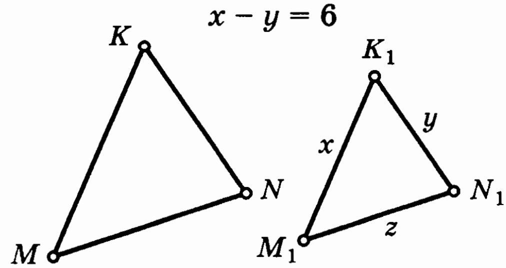
7

$\Delta MKN \sim \Delta M_1K_1N_1$
$MK : KN : MN = 9 : 7 : 8$
$x + y = 48$

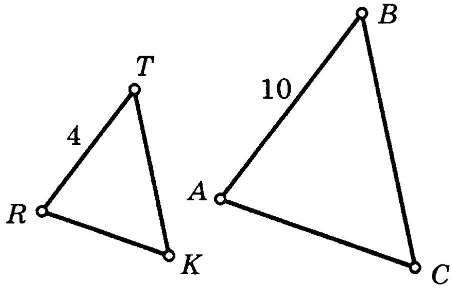
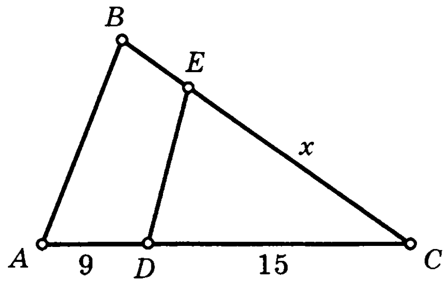
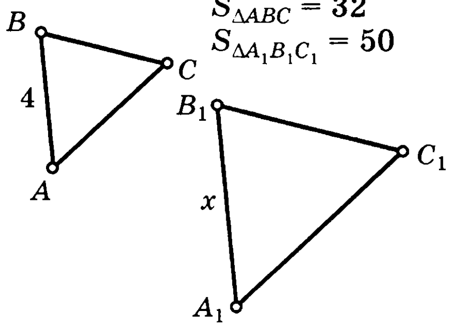
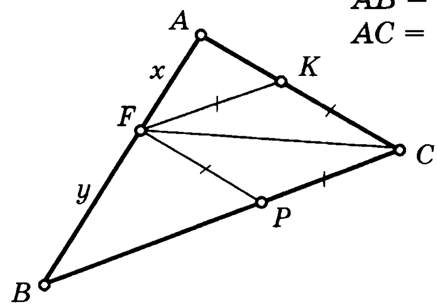
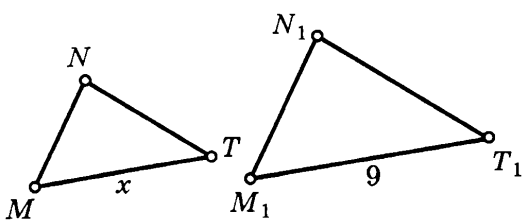
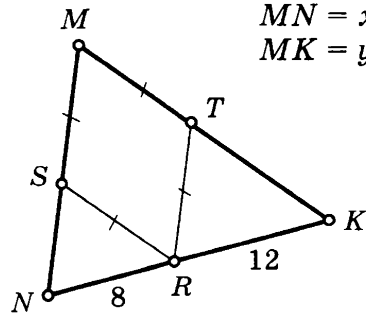
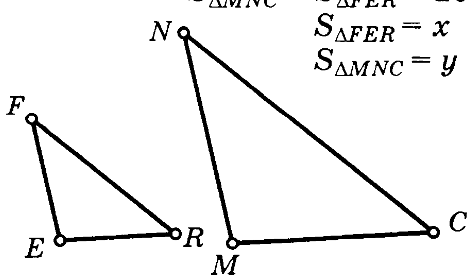
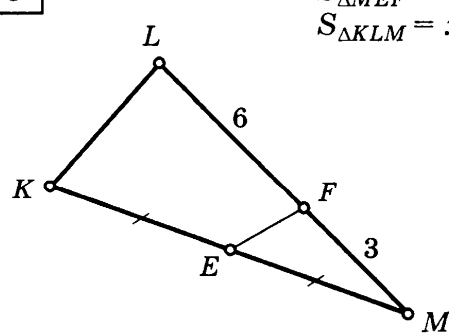


8

$\Delta MKN \sim \Delta M_1K_1N_1$
$MK : KN : MN = 9 : 7 : 8$
$x - y = 6$



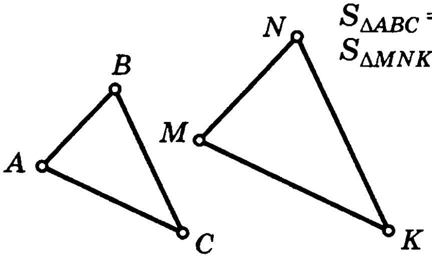
Продолжение табл. 13

9 $\Delta RTK \sim \Delta ABC$ $S_{\Delta RTK} = 16,\ S_{\Delta ABC} = x$  	**13** $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ $BC = 21$ 
10 $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ $S_{\Delta ABC} = 32$ $S_{\Delta A_1B_1C_1} = 50$  	**14** $BC = 14$ $AB = 12$ $AC = 10$ 
11 $\Delta MNT \sim \Delta M_1N_1T_1$ $S_{\Delta MNT} = 75$ $S_{\Delta M_1N_1T_1} = 225$  	**15** $P_{\Delta MNK} = 55$ $MN = x$ $MK = y$ 
12 $\Delta FER \sim \Delta NMC$ $MN : FE = 7 : 6$ $S_{\Delta MNC} - S_{\Delta FER} = 26$ $S_{\Delta FER} = x$ $S_{\Delta MNC} = y$  	**16** $S_{\Delta MEF} = 8$ $S_{\Delta KLM} = x$ 

Продолжение табл. 13

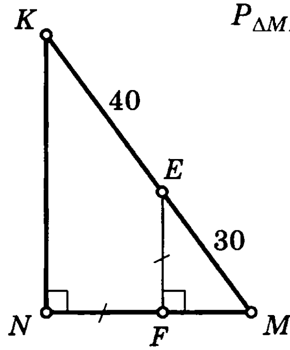
17

$\Delta ABC \sim \Delta MNK$
$P_{\Delta ABC} : P_{\Delta MNK} = 2 : 3$
$S_{\Delta ABC} + S_{\Delta MNK} = 130$
$S_{\Delta ABC} = x$
$S_{\Delta MNK} = y$



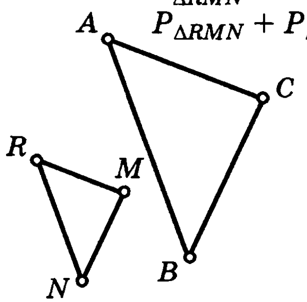
21

$P_{\Delta MNK} = x$



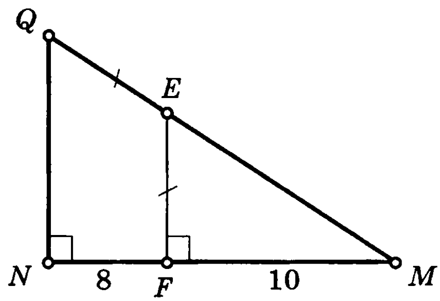
18

$\Delta RMN \sim \Delta ACB$
$S_{\Delta RMN} = 18,\ S_{\Delta ACB} = 32$
$P_{\Delta RMN} + P_{\Delta ACB} = 91$
$P_{\Delta RMN} = x$
$P_{\Delta ACB} = y$



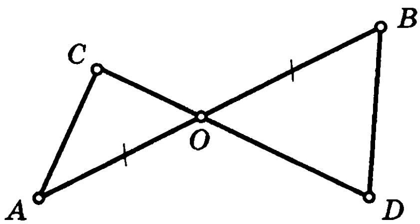
22

$P_{\Delta MNQ} = x$



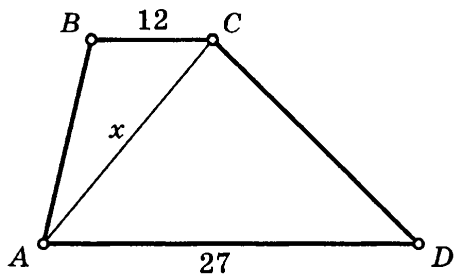
19

$CO : OD = 5 : 6$
$S_{\Delta AOC} = 5$
$S_{\Delta BOD} = x$



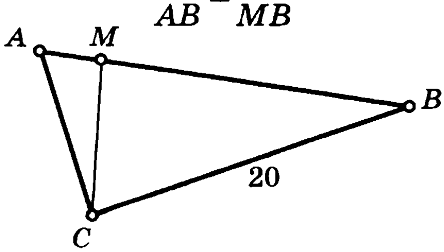
23

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$
$BC \parallel AD$



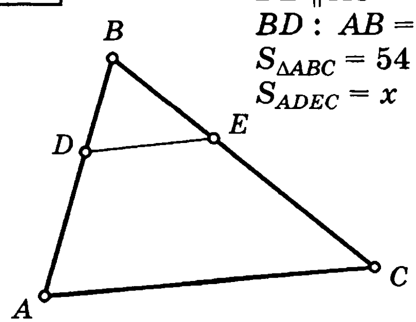
20

$S_{\Delta AMC} : S_{\Delta MCB} = 1 : 3$
$AB = x$
$\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{AM}{MB}$



24

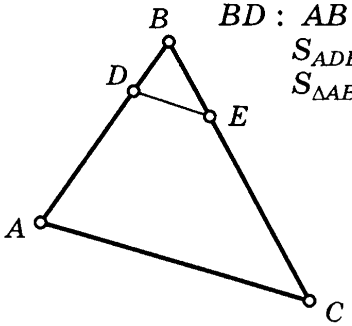
$DE \parallel AC$
$BD : AB = 1 : 3$
$S_{\Delta ABC} = 54$
$S_{ADEC} = x$



Продолжение табл. 13

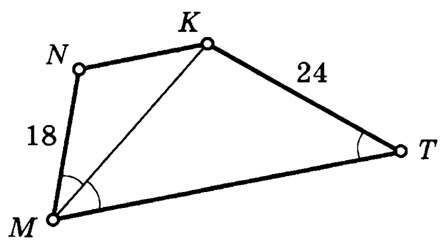
25

$DE \parallel AC$
$BD : AB = 1 : 4$
$S_{ADEC} = 60$
$S_{\Delta ABC} = x$



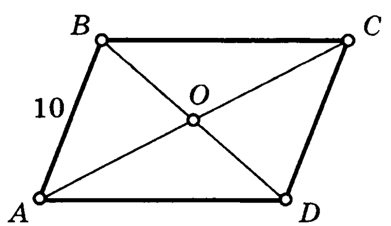
26

$\Delta MNK \sim \Delta MKT$
$NK \parallel MT$
$P_{MNKT} = x$



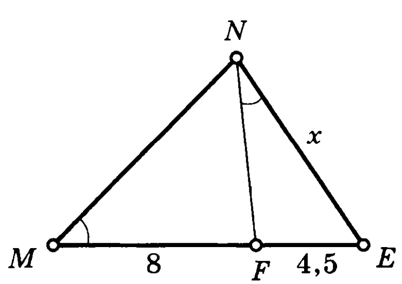
27

$ABCD$ — параллелограмм
$\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{AC}{OC}$, $P_{ABCD} = x$

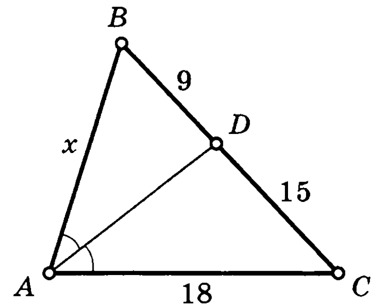


28

$\Delta NFE \sim \Delta MNE$

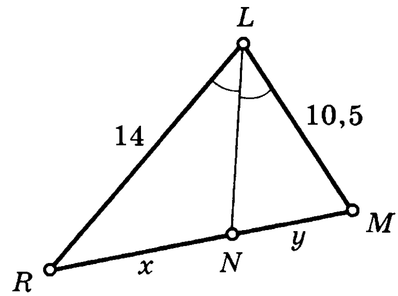


29



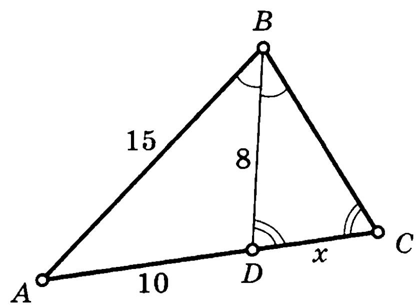
30

$RM = 20$



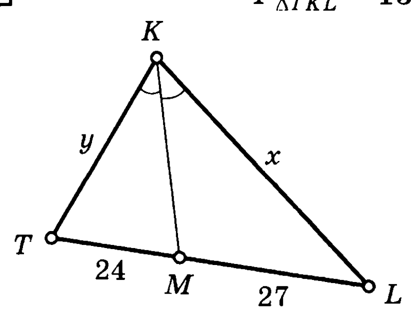
31

$DC = x$



32

$P_{\Delta TKL} = 153$

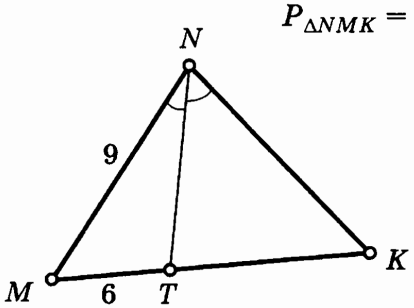


Окончание табл. 13

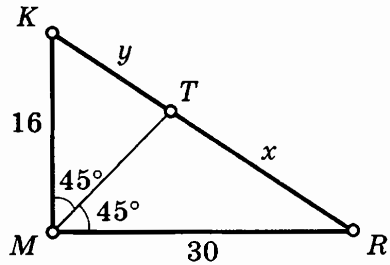
33

$NK = MK$

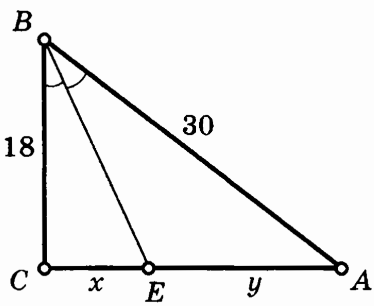
$P_{\Delta NMK} = x$



35



34



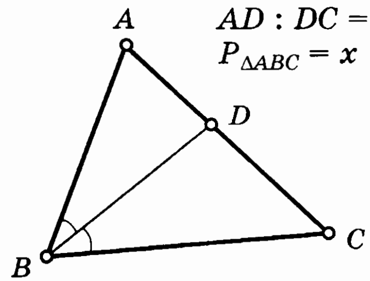
36

$AC = BC$

$AC - AB = 4{,}8$

$AD : DC = 3 : 5$

$P_{\Delta ABC} = x$

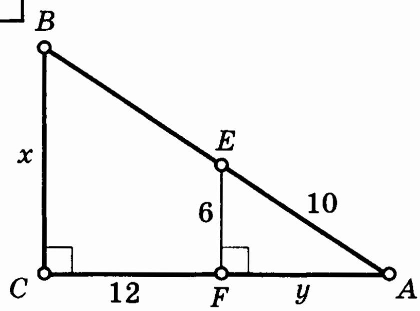


ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

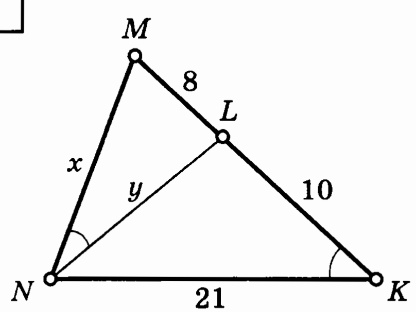
Таблица 14

Найдите x, y.

1

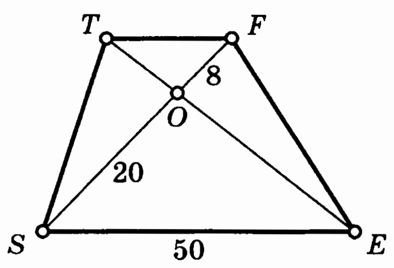


2



3

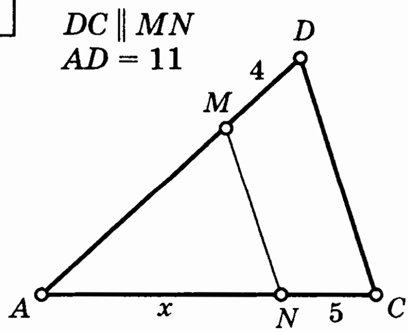
$TF \parallel SE$



4

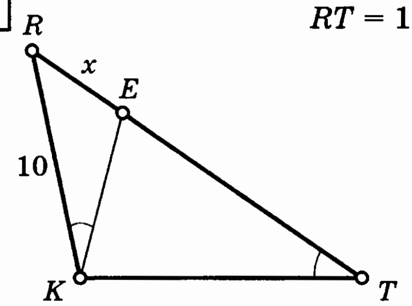
$DC \parallel MN$

$AD = 11$

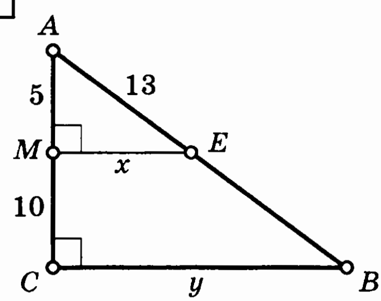


5

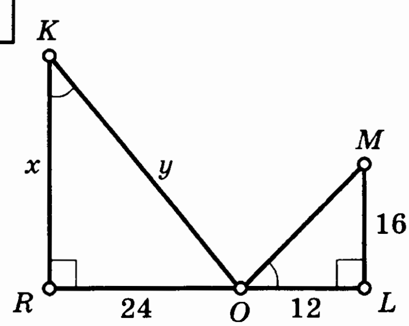
$RT = 17$



6

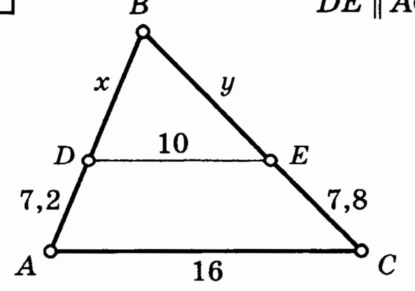


7



8

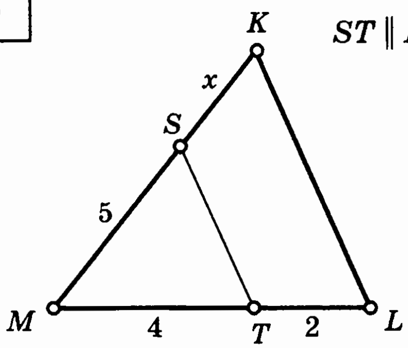
$DE \parallel AC$



Продолжение табл. 14

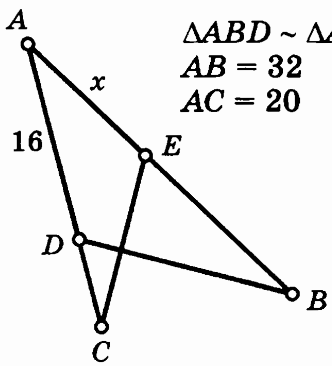
9

$ST \parallel KL$



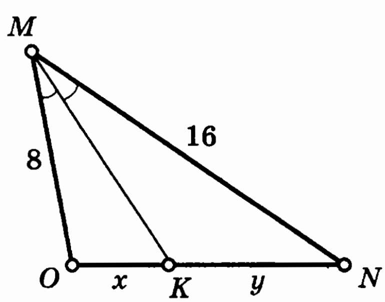
10

$\Delta ABD \sim \Delta AEC$
$AB = 32$
$AC = 20$



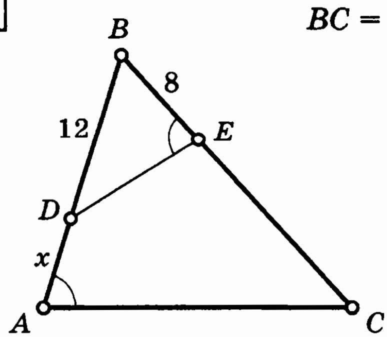
11

$ON = 12$

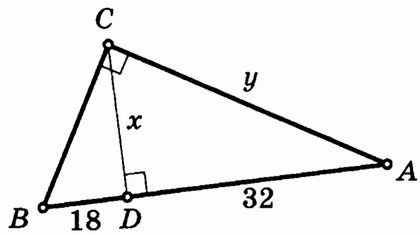


12

$BC = 24$

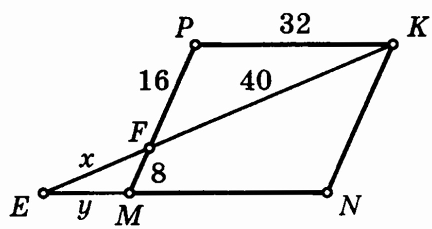


13



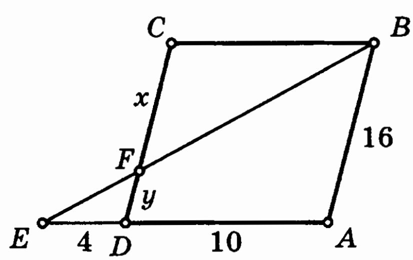
14

$PK \parallel MN$



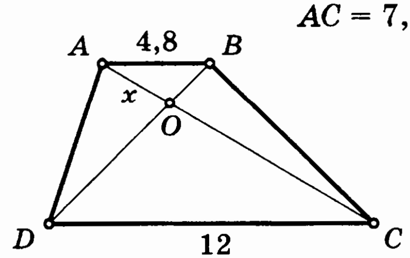
15

$CB \parallel DA$



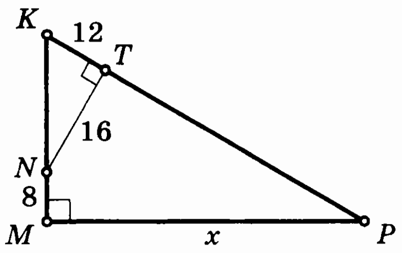
16

$AB \parallel DC$
$AC = 7{,}5$



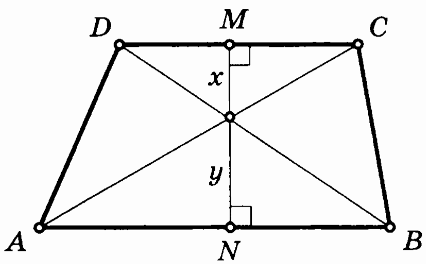
Продолжение табл. 14

17



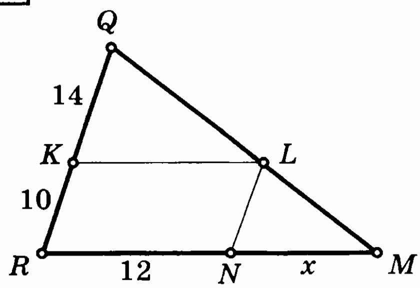
18

$AB \parallel DC$, $AB = 18$
$DC = 12$, $x + y = 20$



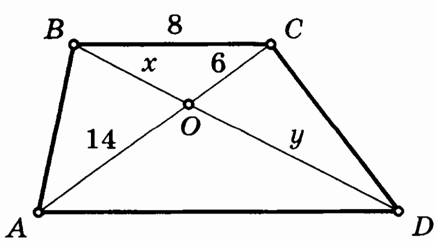
19

$RKLN$ — параллелограмм



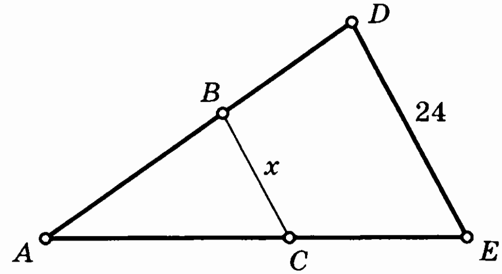
20

$ABCD$ — трапеция
$BD = 32$



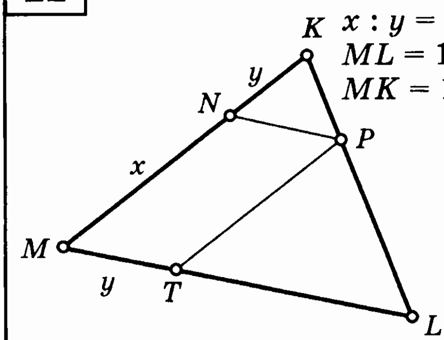
21

$BC \parallel DE$
$AB : BD = 2 : 1$



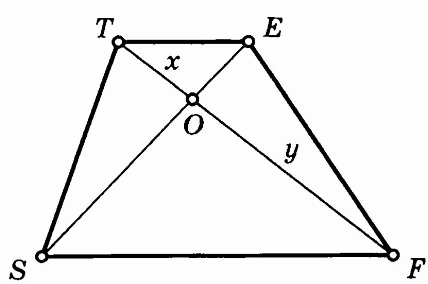
22

$MNPT$ — параллелограмм
$x : y = 3 : 1$
$ML = 12$
$MK = 18$



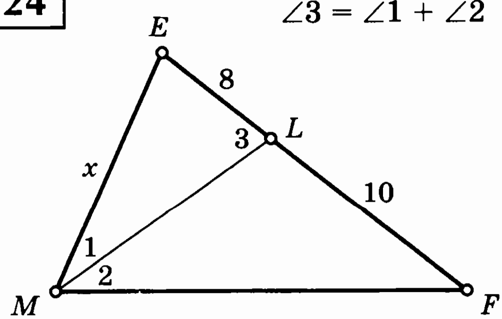
23

$P_{\Delta TOE} : P_{\Delta SOF} = 2 : 3$
$x + y = 10$, $TE \parallel SF$



24

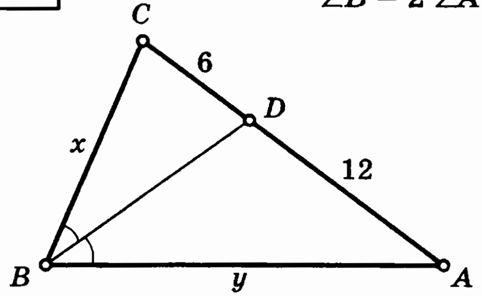
$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$



Окончание табл. 14

25

$\angle B = 2\angle A$

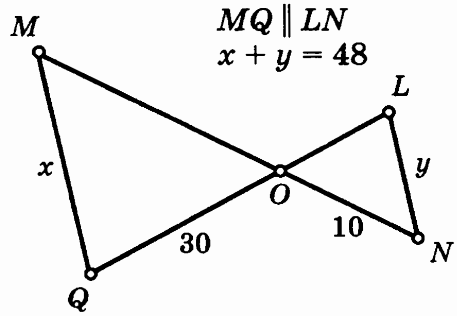


27

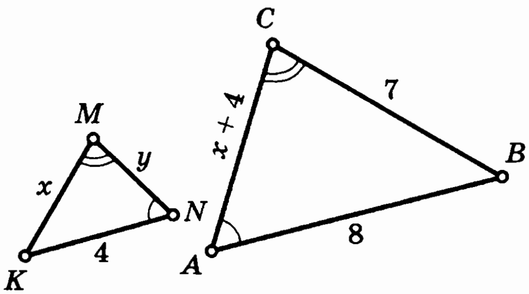
$MO : OL = 3 : 1$

$MQ \parallel LN$

$x + y = 48$



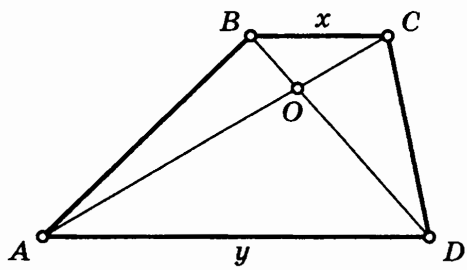
26



28

$S_{\Delta BOC} : S_{\Delta AOD} = 1 : 9$

$BC \parallel AD$, $x + y = 9{,}6$

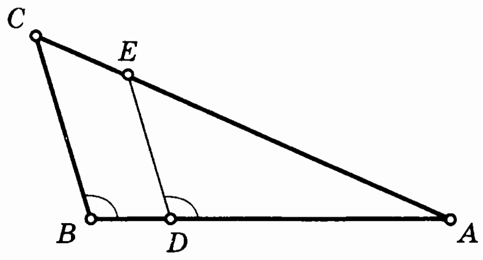


ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

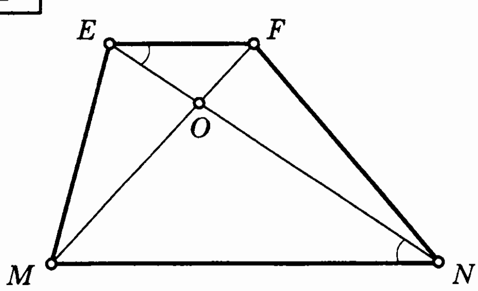
Таблица 15

Укажите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

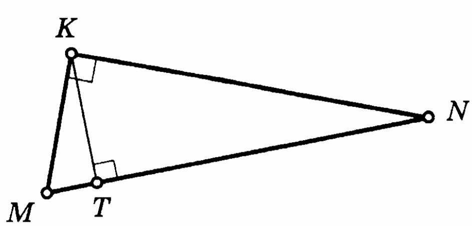
1



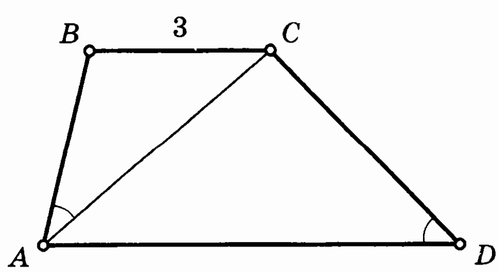
2



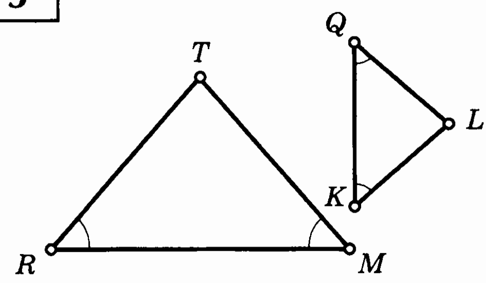
3



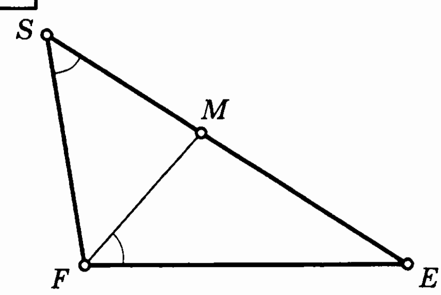
4 $ABCD$ — трапеция



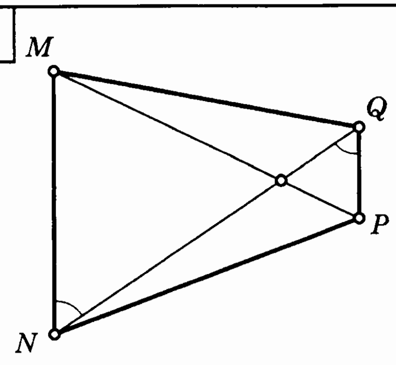
5



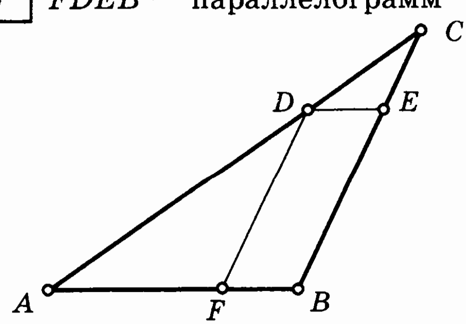
6



7

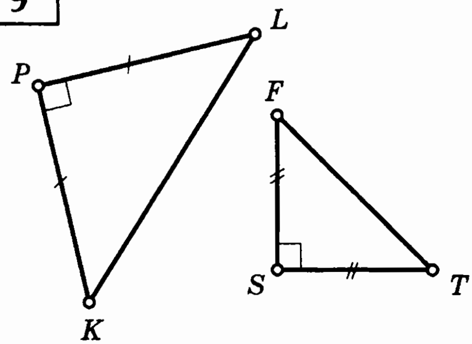


8 $FDEB$ — параллелограмм

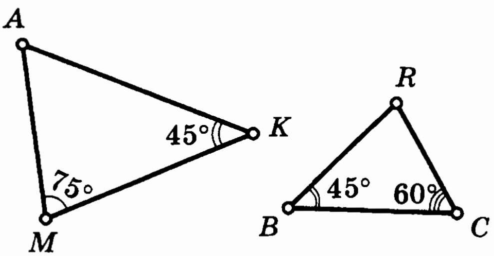


Продолжение табл. 15

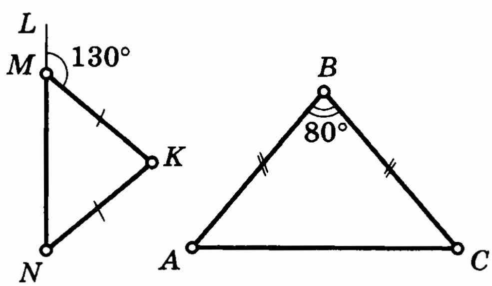
9



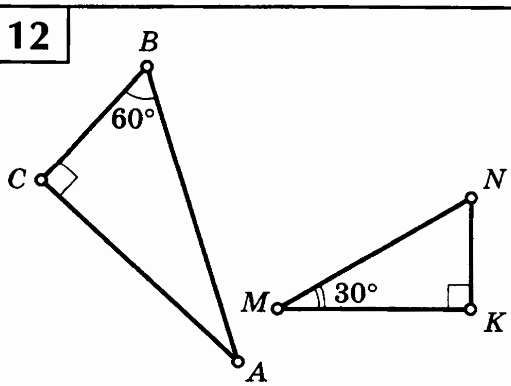
10



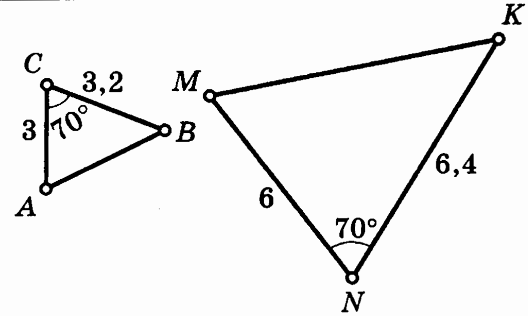
11



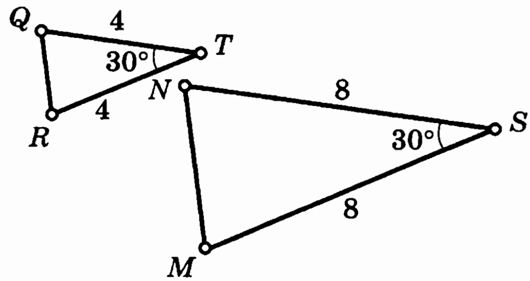
12



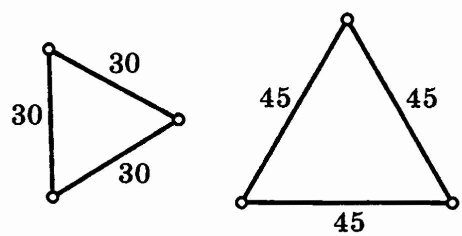
13



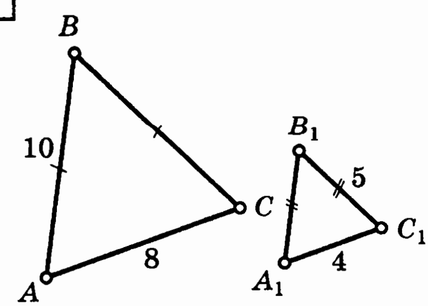
14



15

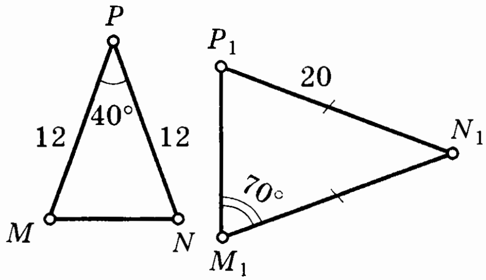


16

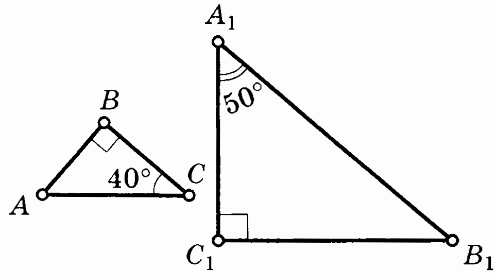


Продолжение табл. 15

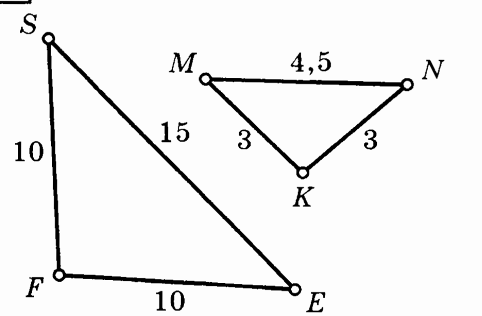
17



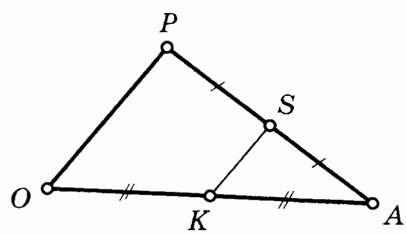
21



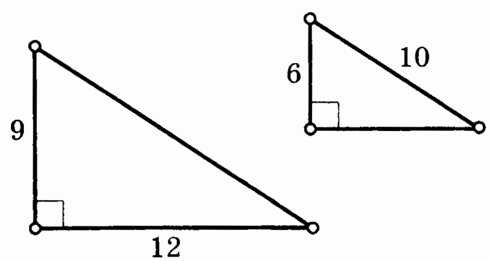
18



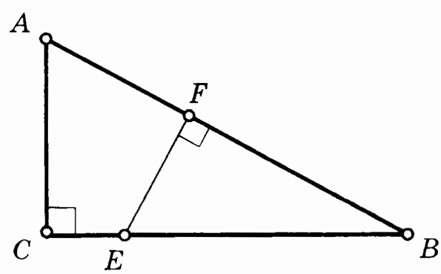
22



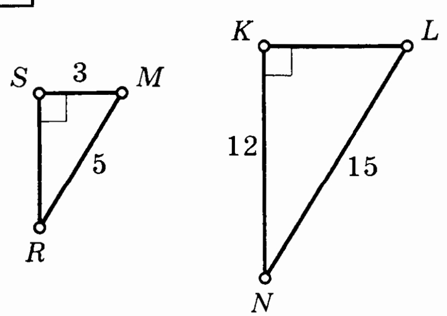
19



23

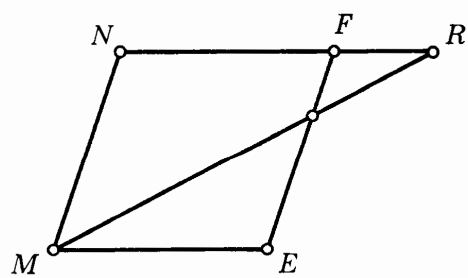


20



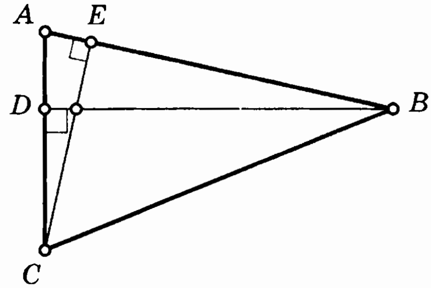
24

$MNFE$ — параллелограмм

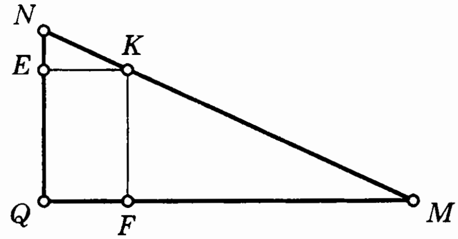


Окончание табл. 15

25



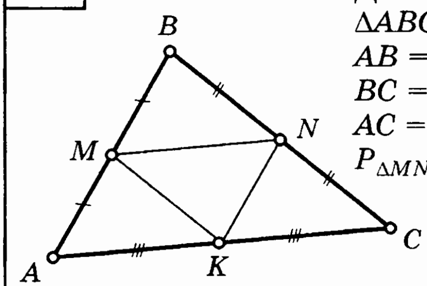
26 $EKFQ$ — прямоугольник



СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

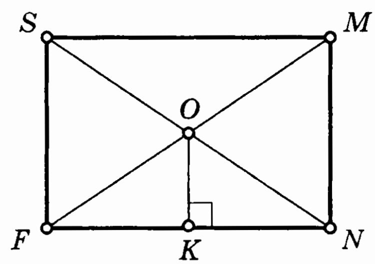
Таблица 16

1



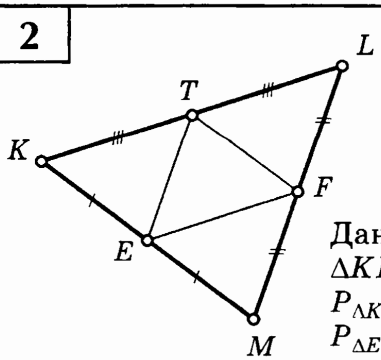
Дано:
ΔABC
$AB = 16$
$BC = 18$
$AC = 20$
$P_{\Delta MNK}$ — ?

3 Дано: $FSMN$ — прямоугольник



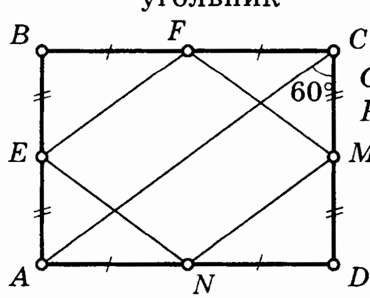
$OK = 24$,
SF — ?

2



Дано:
ΔKLM
$P_{\Delta KLM} = 24$
$P_{\Delta ETF}$ — ?

4 Дано: $ABCD$ — прямоугольник

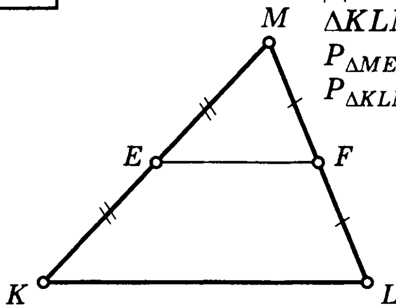


$CD = 30$,
P_{EFMN} — ?

Продолжение табл. 16

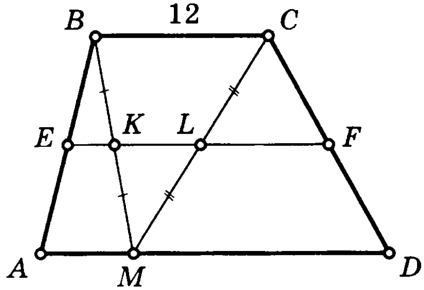
5

Дано: ΔKLM
$P_{\Delta MEF} = 31$
$P_{\Delta KLM}$ — ?



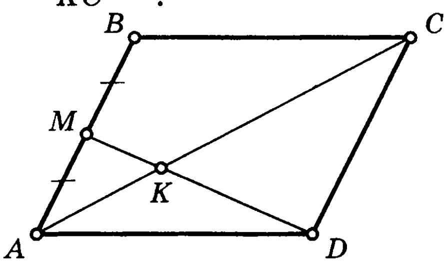
9

Дано: $ABCD$ — трапеция
$AD = 2\,BC$, EF — ?



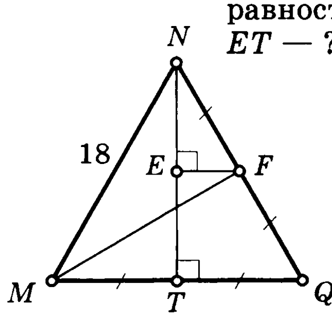
6

Дано: $ABCD$ — параллелограмм, $AC = 18$, AK — ?, KC — ?



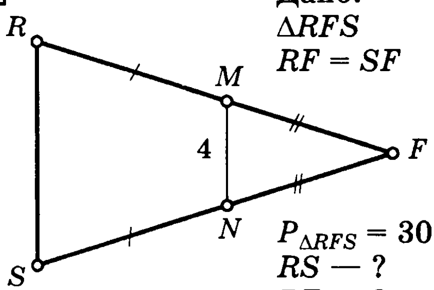
10

Дано: ΔMNQ — равносторонний
ET — ?



7

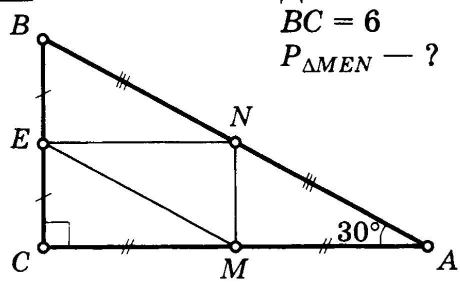
Дано: ΔRFS
$RF = SF$



$P_{\Delta RFS} = 30$
RS — ?
RF — ?

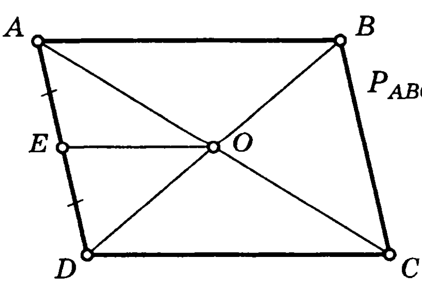
11

Дано: ΔABC
$BC = 6$
$P_{\Delta MEN}$ — ?



8

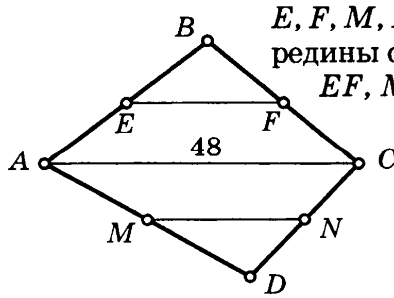
Дано: $ABCD$ — параллелограмм, $EO = 4$, $ED = 3$,



P_{ABCD} — ?

12

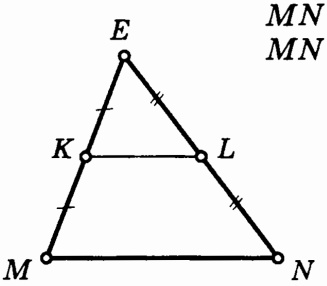
Дано: $ABCD$ — четырехугольник
E, F, M, N — середины сторон
EF, MN — ?



Окончание табл. 16

13

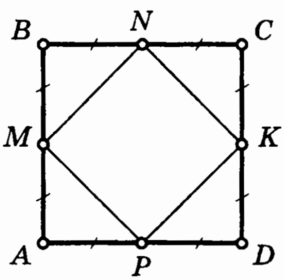
Дано: ΔMEN
$MN - KL = 6$
MN — ?



14

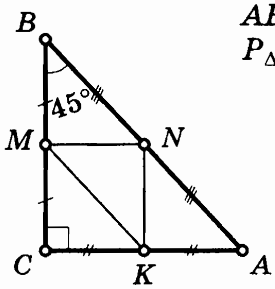
Дано: $ABCD$ — квадрат

$\dfrac{S_{MNKP}}{S_{ABCD}}$ — ?



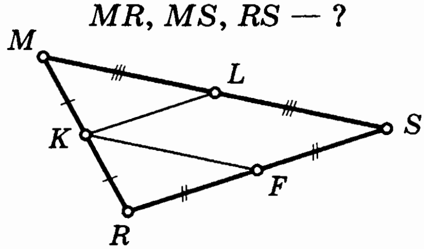
15

Дано: ΔABC
$AB = 16$
$P_{\Delta MNK}$ — ?



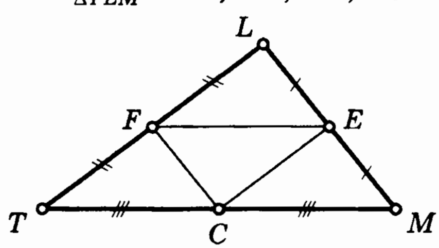
16

Дано: ΔMRS
$MR : MS : RS = 3 : 6 : 4$
$P_{\Delta KLF} = 10{,}4$
MR, MS, RS — ?



17

Дано: ΔTLM
$TL : LM : TM = 4 : 3 : 5$
$P_{\Delta TLM} = 60$, FE, EC, FC — ?



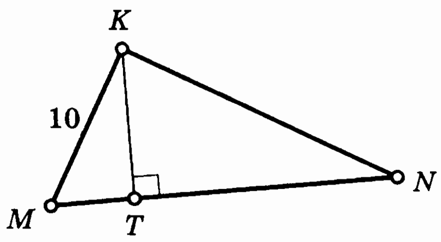
ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Таблица 17

Найдите неизвестные линейные элементы ΔMNK ($\angle K = 90°$).

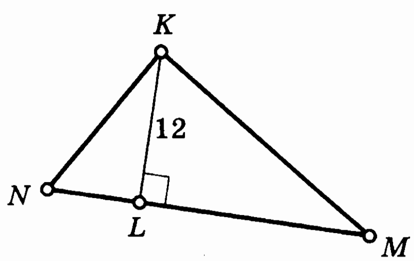
1

$MN = 26$

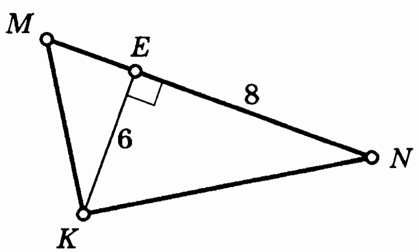


2

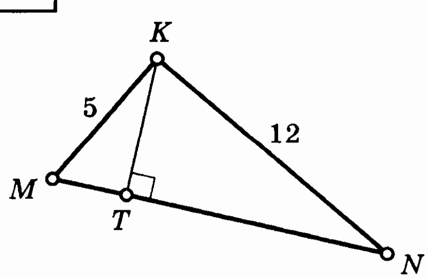
$MN = 25$



3

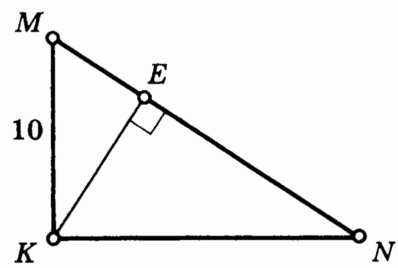


4



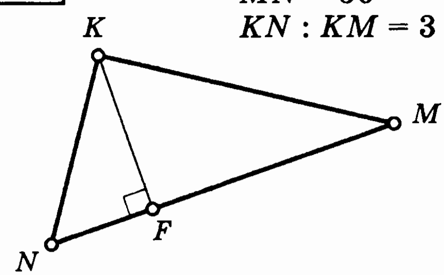
5

$MN = 25$



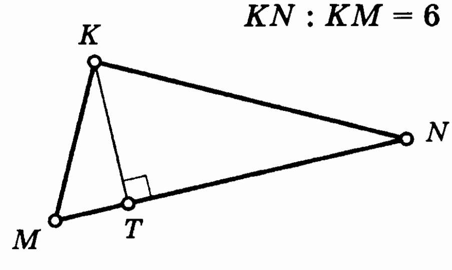
6

$MN = 50$
$KN : KM = 3 : 4$



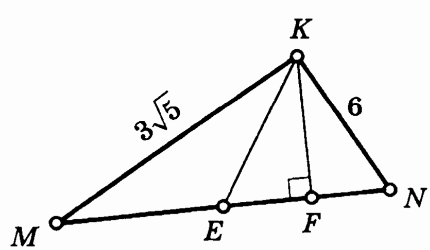
7

$TN - MT = 11$
$KN : KM = 6 : 5$



8

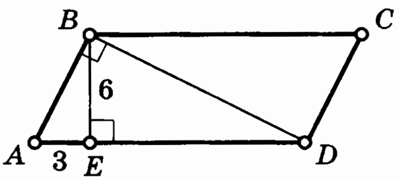
$ME = EN$



Окончание табл. 17

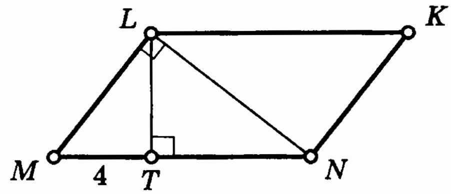
9

$ABCD$ — параллелограмм
S_{ABCD} — ?



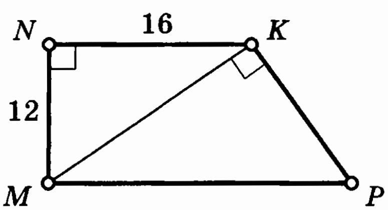
12

$MLKN$ — параллелограмм
$MN : ML = 2 : 1$
S_{MNKL} — ?



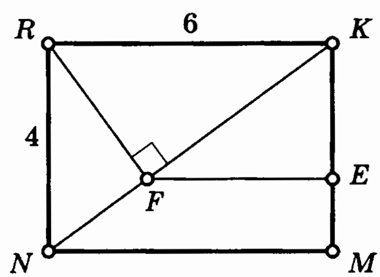
10

$MNKP$ — трапеция
S_{MNKP} — ?



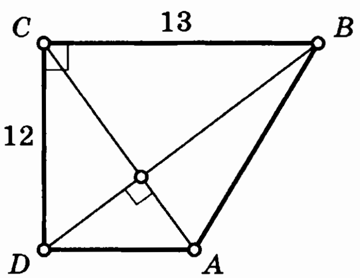
13

$RKMN$ — прямоугольник
$FE \parallel NM$, FE — ?



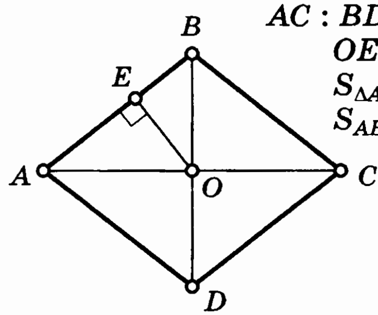
11

$ABCD$ — трапеция
AD — ?



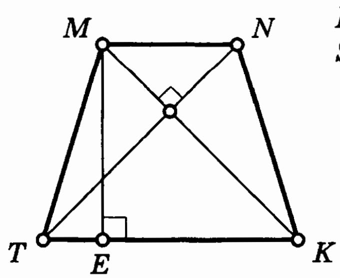
14

$ABCD$ — ромб
$AC : BD = 3 : 2$
$OE \perp AB$
$S_{\Delta AOE} = 27$
S_{ABCD} — ?



15

$TMNK$ — трапеция
$MK = 15$
$ME = 9$
S_{TMNK} — ?

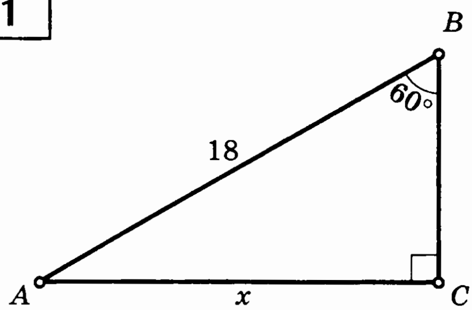


СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

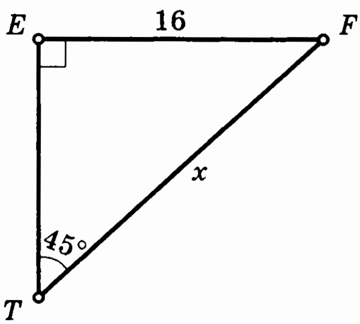
Таблица 18

Найдите x.

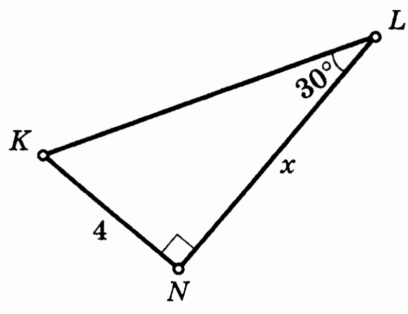
1



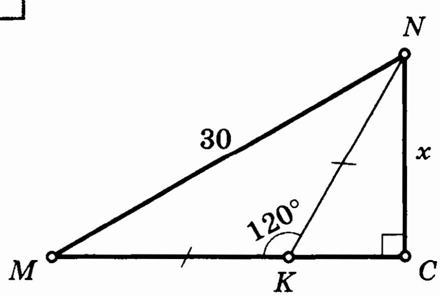
2



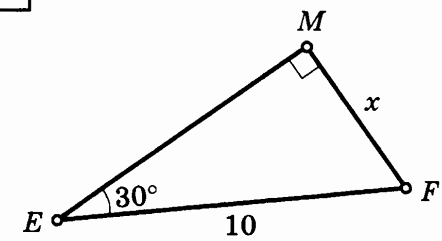
3



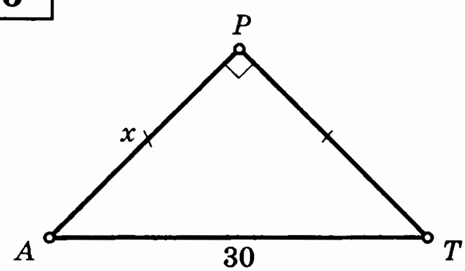
4



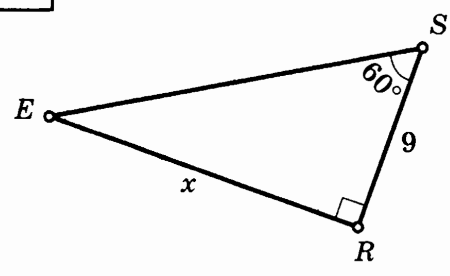
5



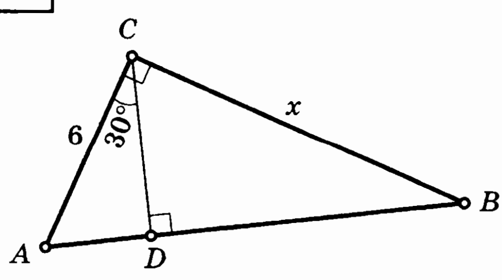
6



7

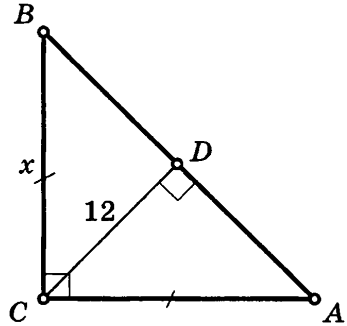


8

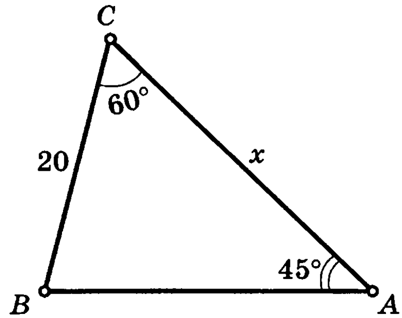


Окончание табл. 18

9

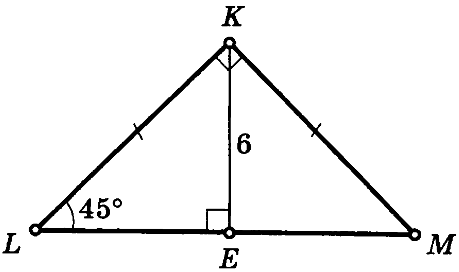


13

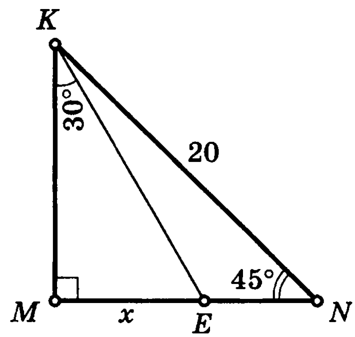


10

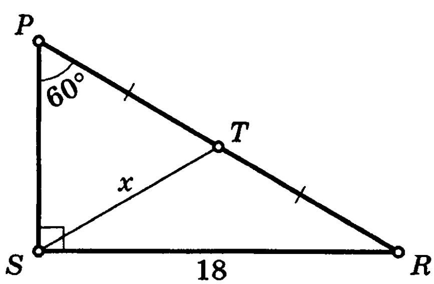
$LM = x - ?$



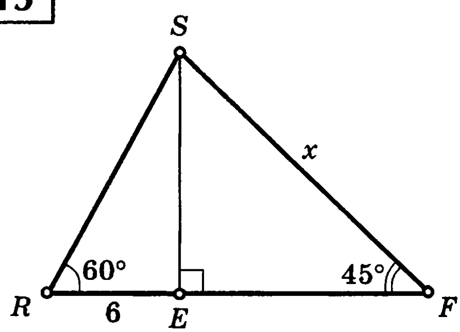
14



11

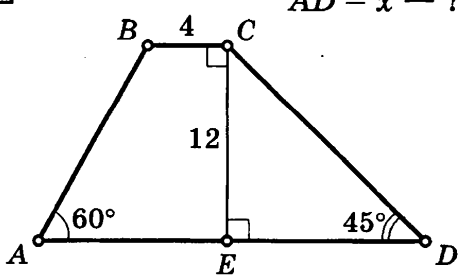


15



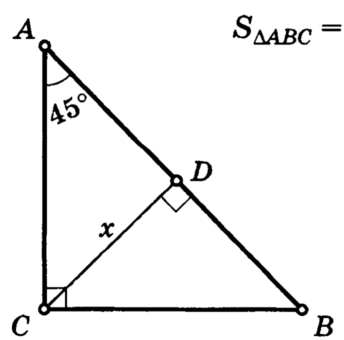
12

$AD = x - ?$



16

$S_{\Delta ABC} = 50$

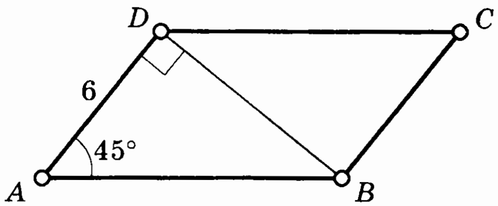


СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Таблица 19

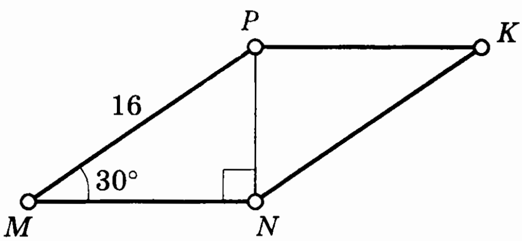
1

$ABCD$ — параллелограмм
S_{ABCD} — ?



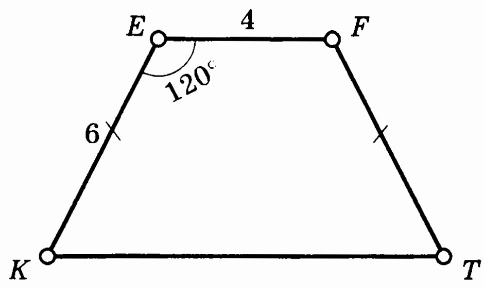
2

$MNKP$ — параллелограмм
S_{MNKP} — ?



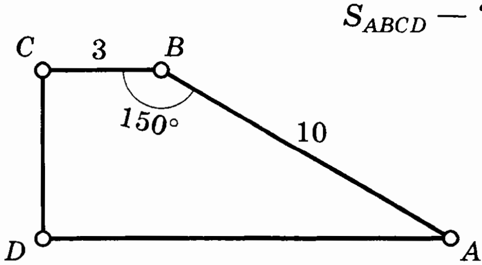
3

$EF \parallel KT$, S_{EFTK} — ?



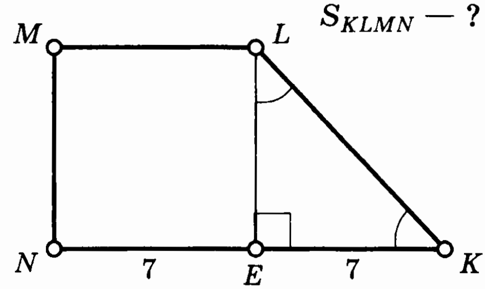
4

$AD \parallel BC$
S_{ABCD} — ?



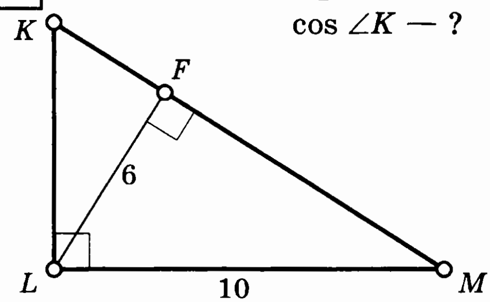
5

$ML \parallel NK$
S_{KLMN} — ?



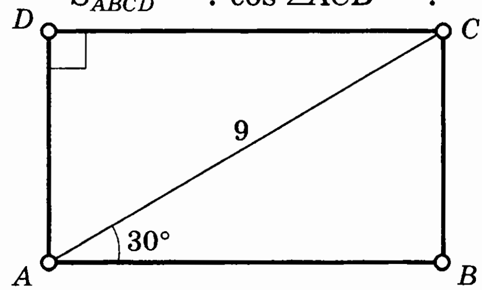
6

KL — ?
$\cos \angle K$ — ?



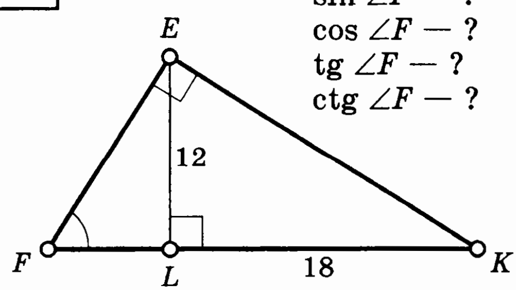
7

$ABCD$ — прямоугольник
S_{ABCD} — ? $\cos \angle ACB$ — ?

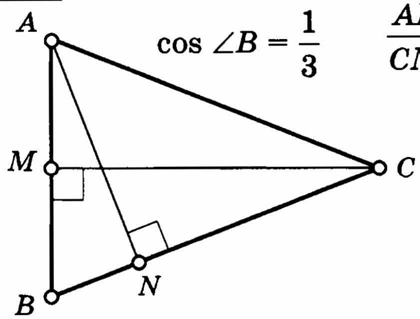
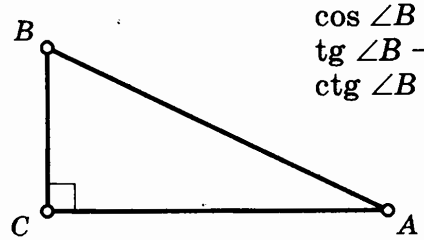
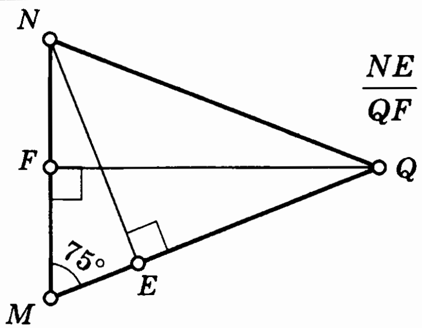
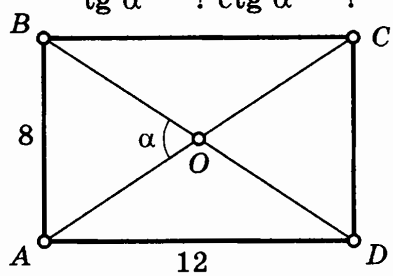
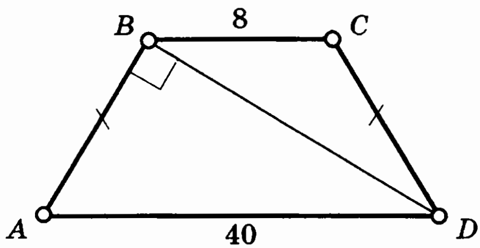
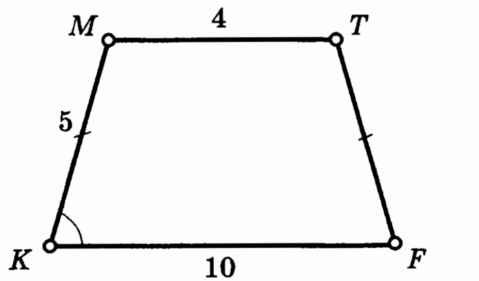
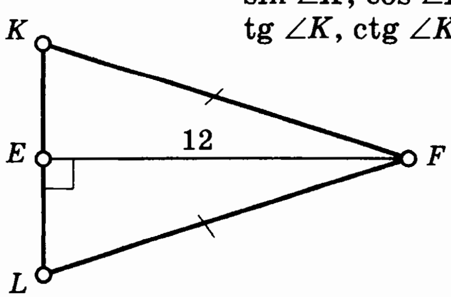
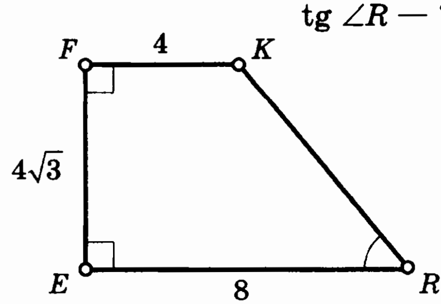


8

$\sin \angle F$ — ?
$\cos \angle F$ — ?
$\mathrm{tg}\, \angle F$ — ?
$\mathrm{ctg}\, \angle F$ — ?



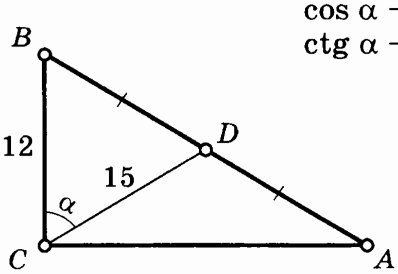
Продолжение табл. 19

9 $AC = BC$ $\cos \angle B = \dfrac{1}{3}$ $\dfrac{AN}{CM}$ — ?  	**13** $AB = 5\ BC$ $\sin \angle B$ — ? $\cos \angle B$ — ? $\mathrm{tg}\ \angle B$ — ? $\mathrm{ctg}\ \angle B$ — ? 
10 $NQ = MQ$ $\dfrac{NE}{QF}$ — ?  	**14** $ABCD$ — прямоугольник $\sin \alpha$ — ? $\cos \alpha$ — ? $\mathrm{tg}\ \alpha$ — ? $\mathrm{ctg}\ \alpha$ — ? 
11 $ABCD$ — трапеция S_{ABCD} — ?  	**15** $KMTF$ — трапеция $\sin \angle K$ — ? $\cos \angle K$ — ? 
12 $KL = 8$ $\sin \angle K$, $\cos \angle K$ $\mathrm{tg}\ \angle K$, $\mathrm{ctg}\ \angle K$  	**16** $\sin \angle R$ — ? $\mathrm{tg}\ \angle R$ — ? 

Окончание табл. 19

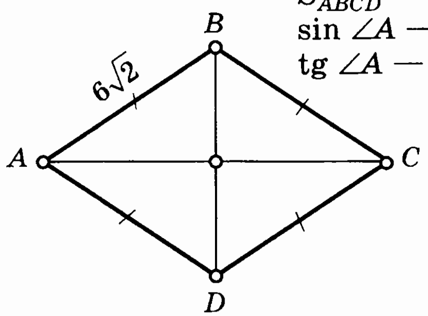
17

$\angle ACB = 90°$
$\cos \alpha$ — ?
$\operatorname{ctg} \alpha$ — ?



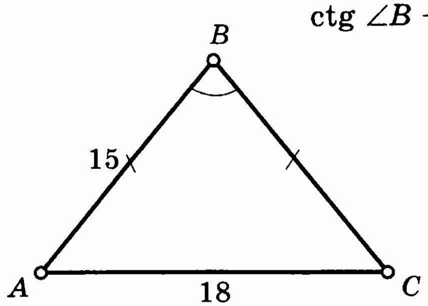
18

$S_{ABCD} = 12\sqrt{2}$
$\sin \angle A$ — ?
$\operatorname{tg} \angle A$ — ?



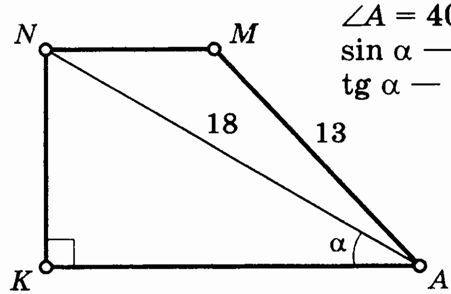
19

$\cos \angle B$ — ?
$\operatorname{ctg} \angle B$ — ?



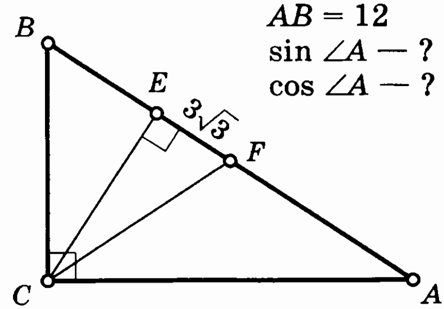
20

$AMNK$ — трапеция
$\angle A = 40°$
$\sin \alpha$ — ?
$\operatorname{tg} \alpha$ — ?



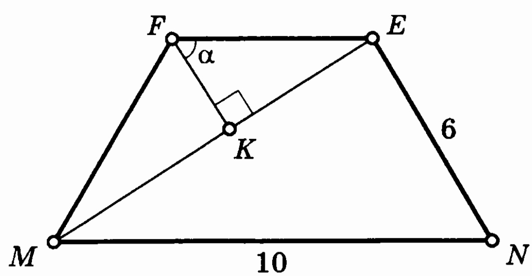
21

CF — медиана
$AB = 12$
$\sin \angle A$ — ?
$\cos \angle A$ — ?



22

$MNEF$ — трапеция
$ME = 8$, $\sin \alpha$ — ?

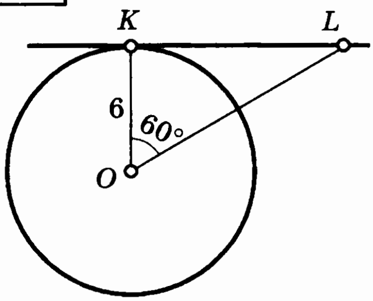


КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

Таблица 20

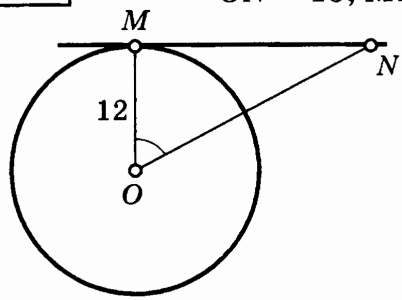
1

KL — ?



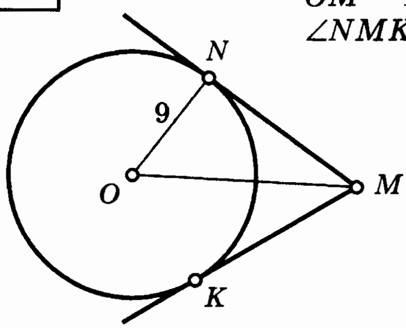
5

$ON = 15$, MN — ?



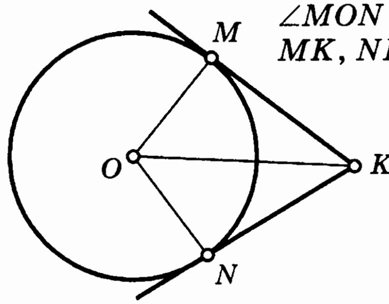
2

$OM = 18$
$\angle NMK$ — ?



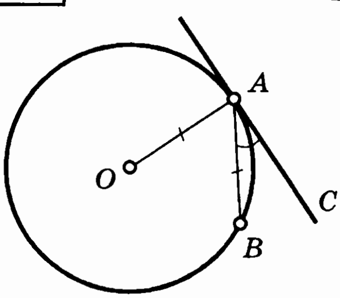
6

$OK = 6$
$\angle MON = 120°$
MK, NK — ?



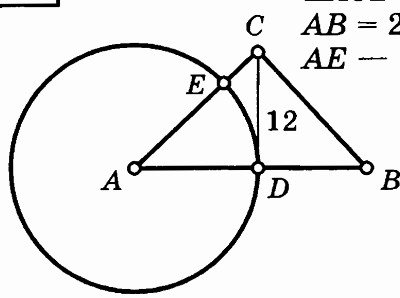
3

$\angle BAC$ — ?



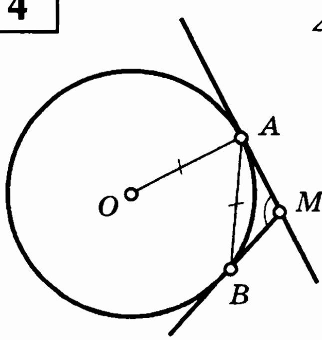
7

$\angle ACB = 90°$
$AB = 25$
AE — ?



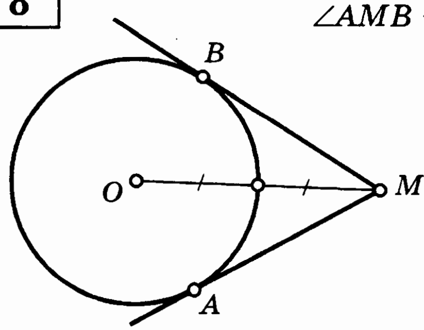
4

$\angle AMB$ — ?



8

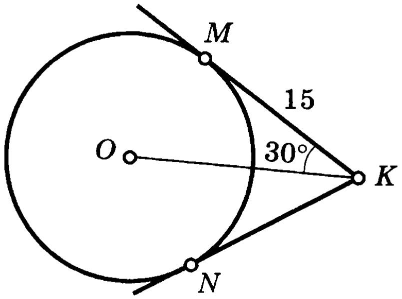
$\angle AMB$ — ?



Продолжение табл. 20

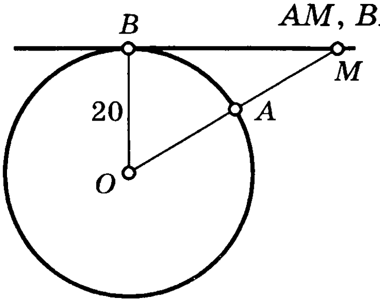
9

MN — ?



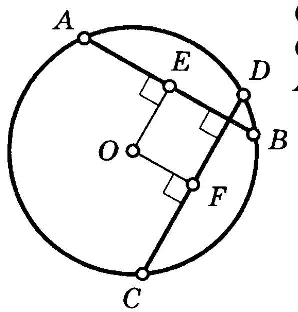
10

$OM = 30$
AM, BM — ?



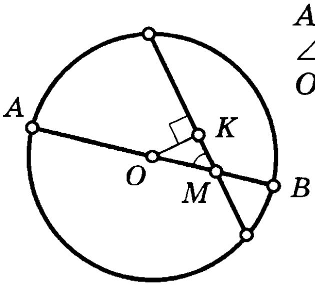
11

$AO = 10$
$OE = 8$
$OF = 6$
AB, CD — ?



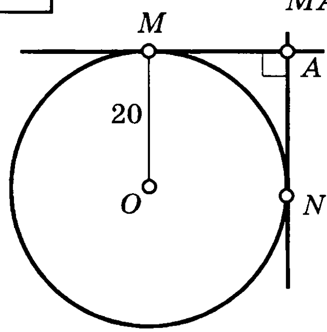
12

$MB = 4$
$AM = 12$
$\angle OMK = 30°$
OK — ?



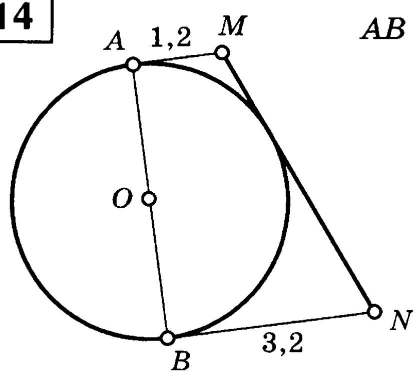
13

MA, NA — ?



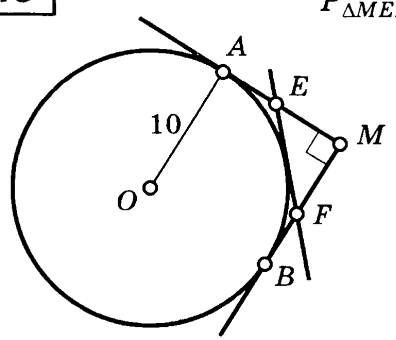
14

AB — ?



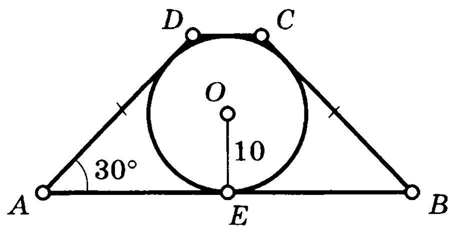
15

$P_{\Delta MEF}$ — ?



16

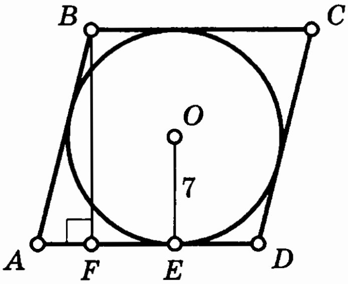
$ABCD$ — трапеция
AD, BC — ?



Окончание табл. 20

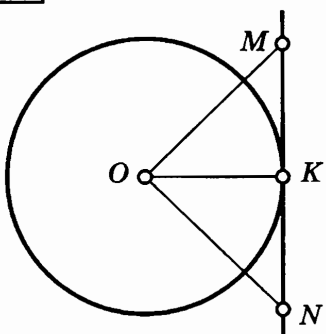
17

$ABCD$ — ромб
BF — ?



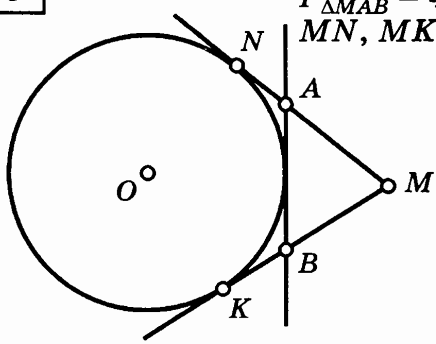
18

$OM = ON = 10$
$MN = 16$
OK — ?



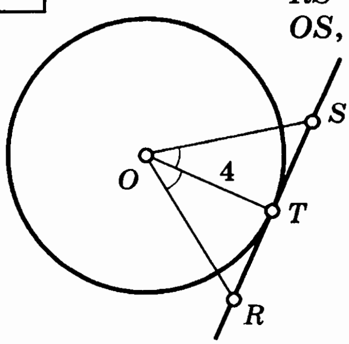
19

$P_{\Delta MAB} = 48$
MN, MK — ?



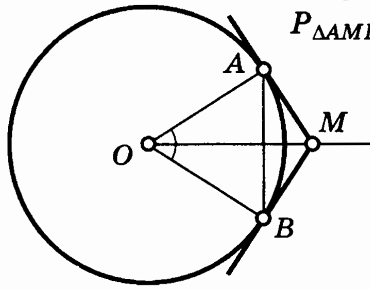
20

$RS = 15$
OS, OR — ?



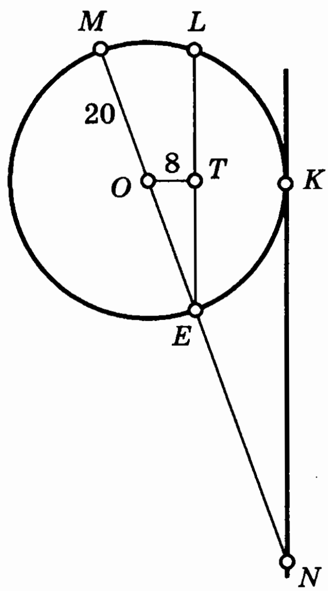
21

$OM = 24$
$\angle AOB = 60°$
$P_{\Delta AMB}$ — ?



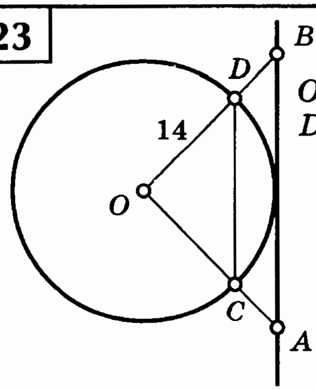
22

$EL \parallel NK$
MN — ?



23

$OA = OB = 20$
DC — ?

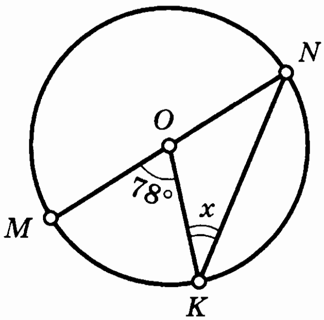


ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

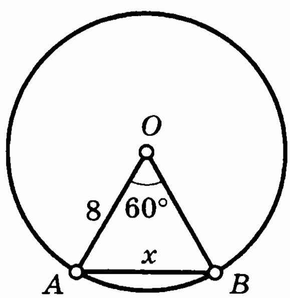
Таблица 21

Найдите x.

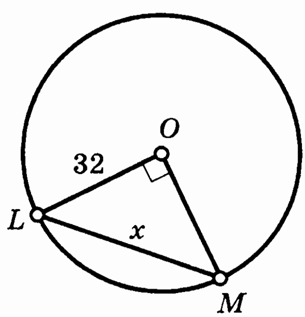
1



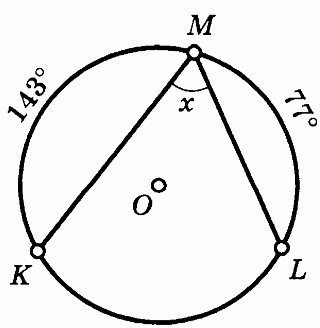
2



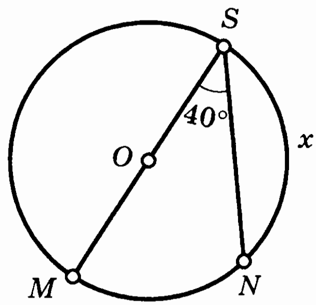
3



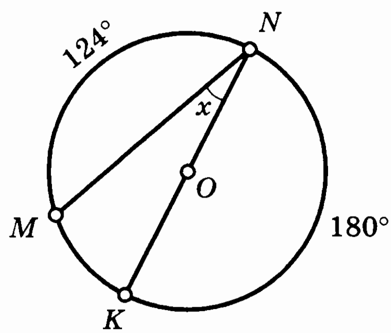
4



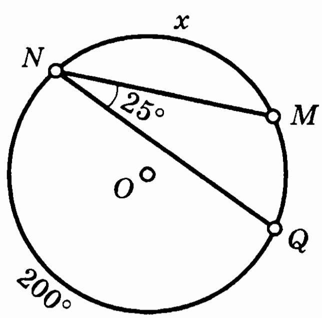
5



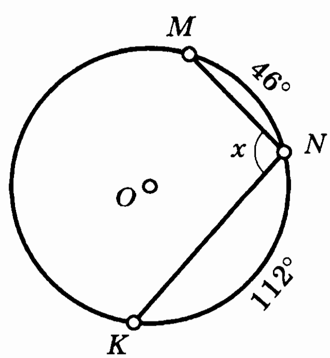
6



7

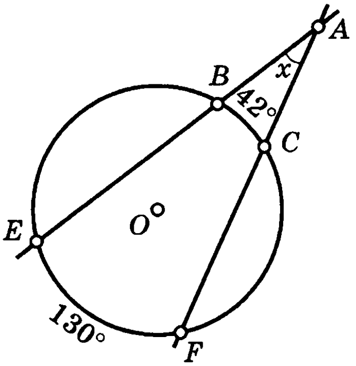


8

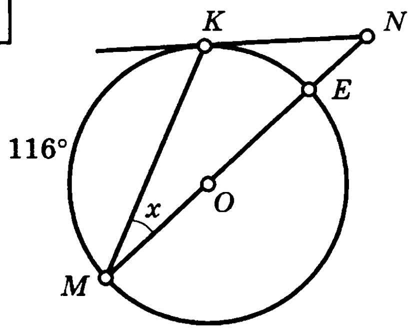


Продолжение табл. 21

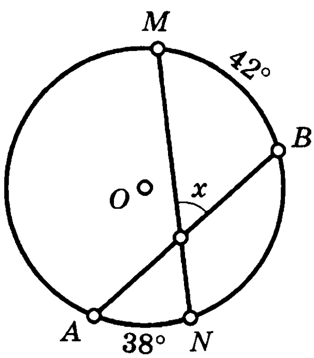
9



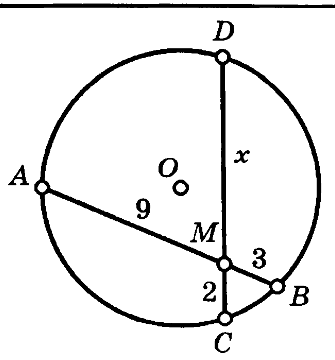
10



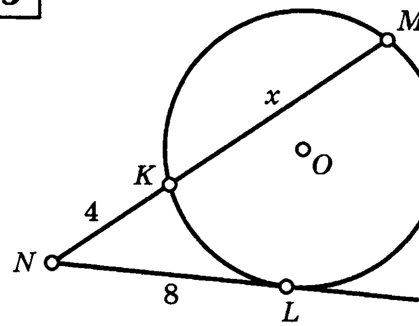
11



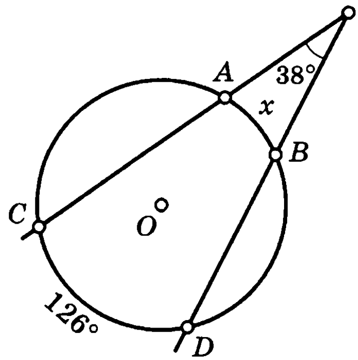
12



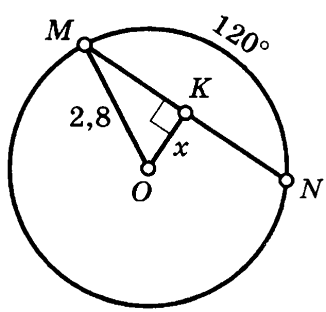
13



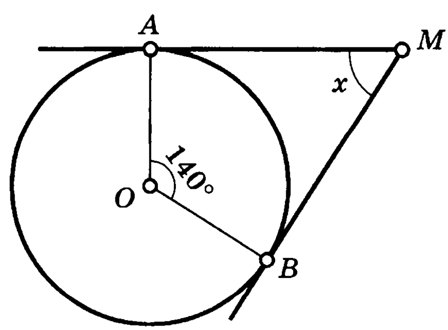
14



15

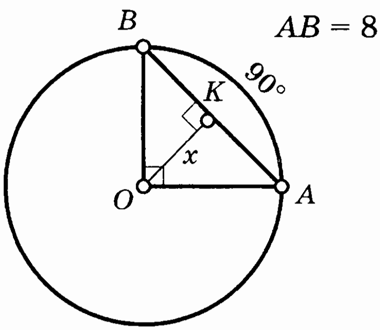


16

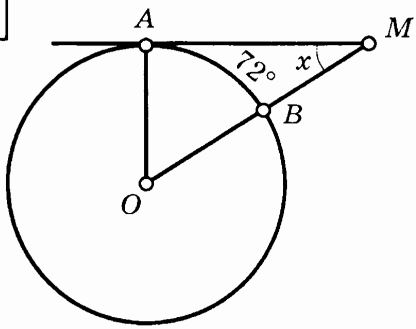


Продолжение табл. 21

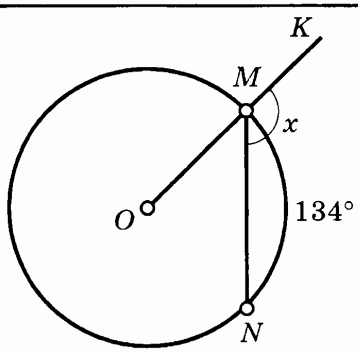
17



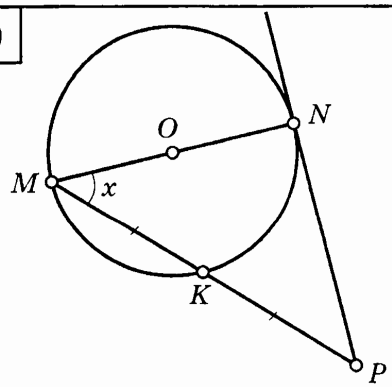
18



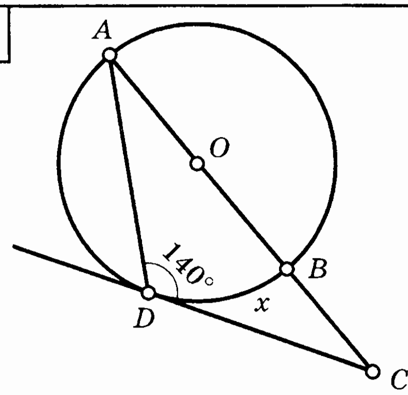
19



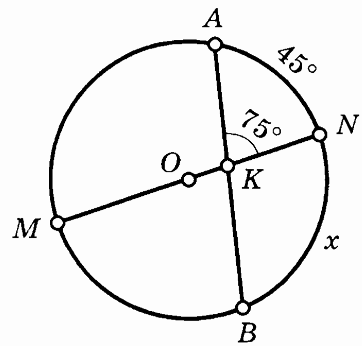
20



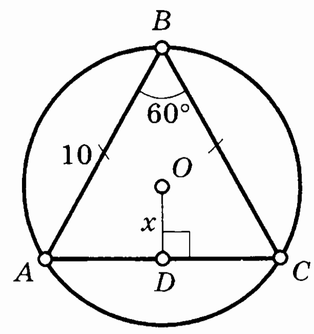
21



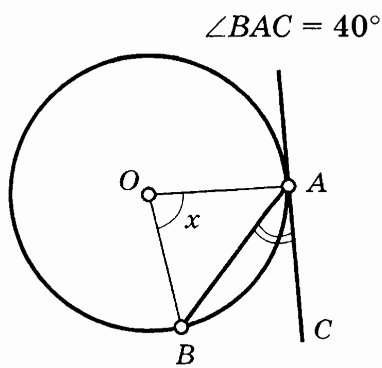
22



23



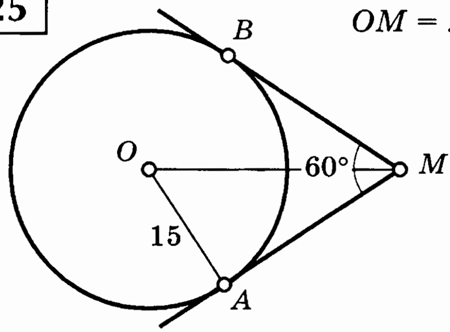
24



Продолжение табл. 21

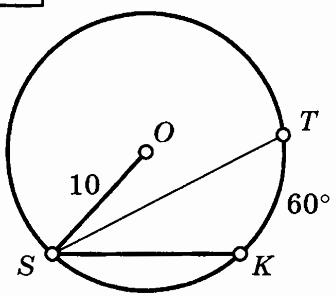
25

$OM = x$

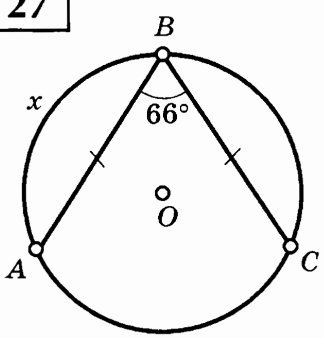


26

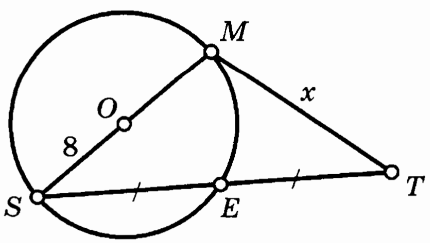
$TK = x$



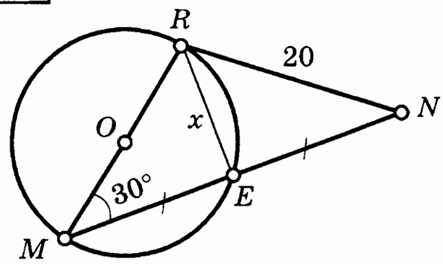
27



28

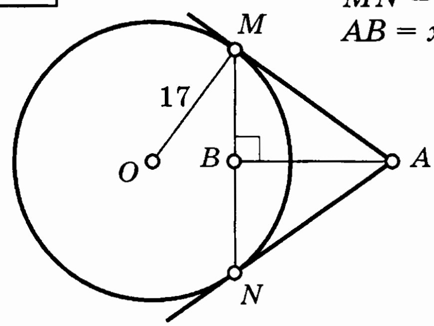


29

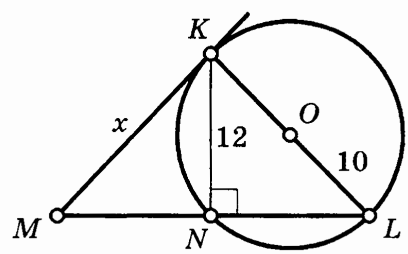


30

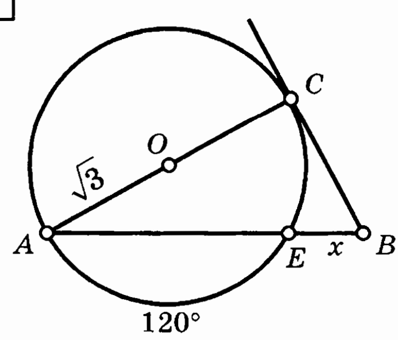
$MN = 30$
$AB = x$



31

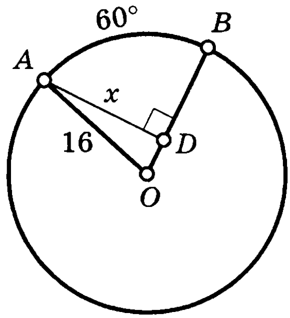


32



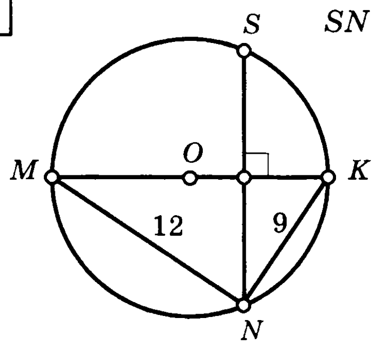
Продолжение табл. 21

33

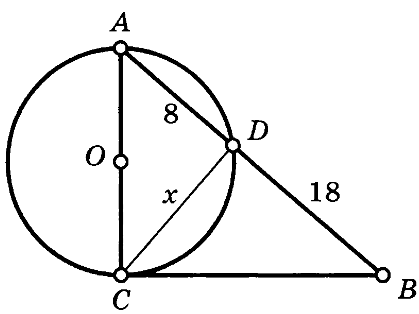


34

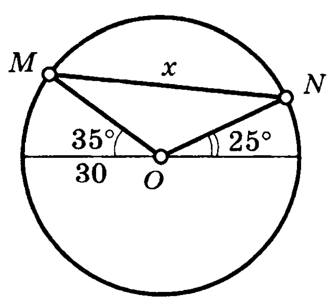
$SN = x$



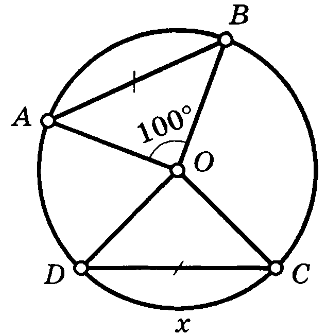
35



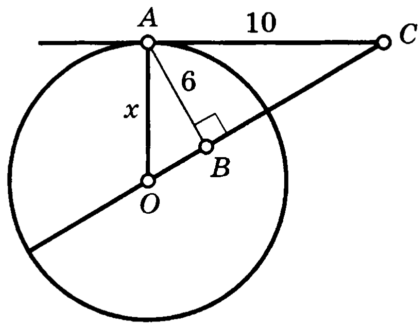
36



37

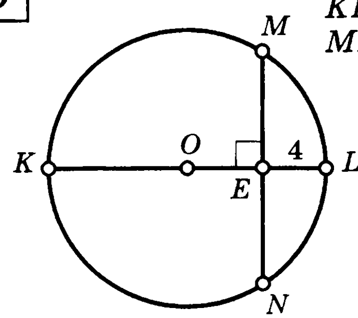


38



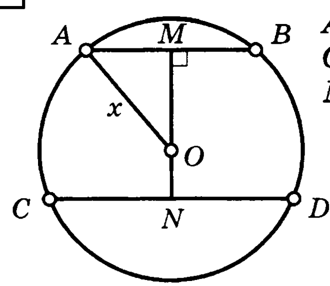
39

$KE = 12$
$MN = x$



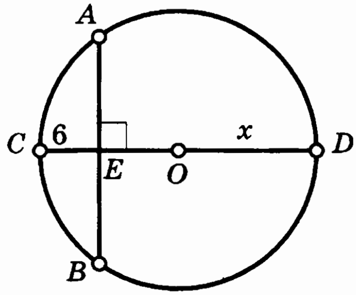
40

$AB \parallel CD$
$AB = 12$
$CD = 16$
$MN = 14$



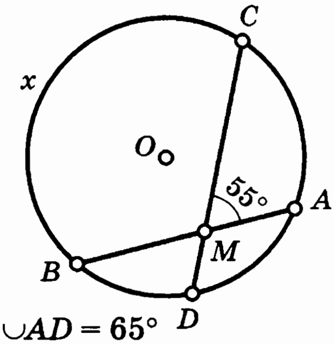
Продолжение табл. 21

41



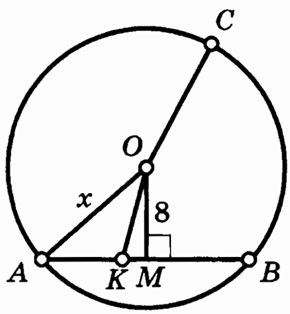
$AB + CE = CD$

45



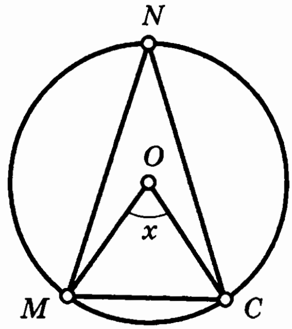
$\cup CB - \cup AD = 65°$

42



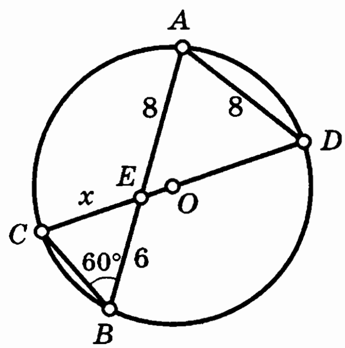
$AK = OK = 10$

46

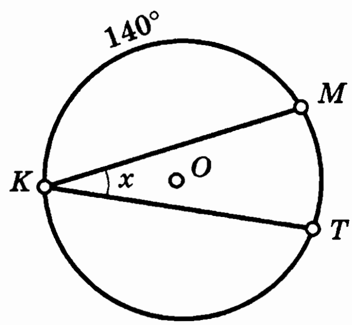


$\angle NMC = 75°$, $\cup NM : \cup MC = 2 : 1$

43

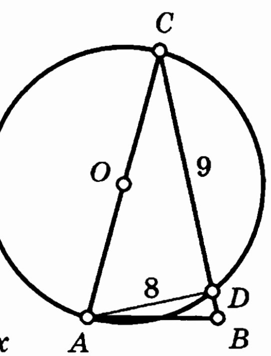


47



$\cup KT : \cup TM = 7 : 4$

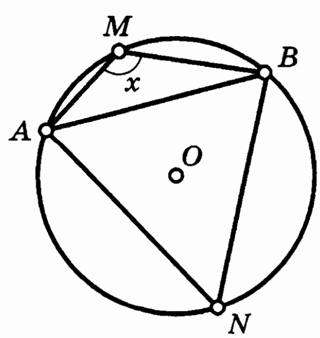
44



$AC = BC$

$S_{\Delta ABC} = x$

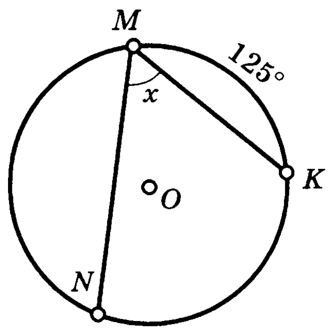
48



$\cup AMB : \cup ANB = 5 : 11$

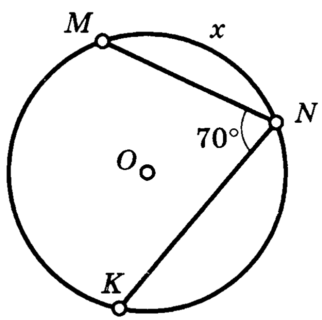
Окончание табл. 21

49



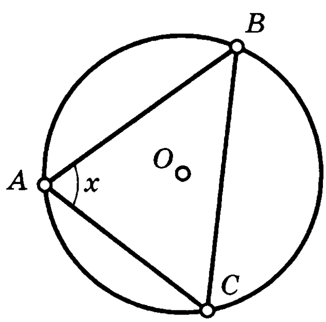
$\smile MN : \smile NK = 31 : 16$

50



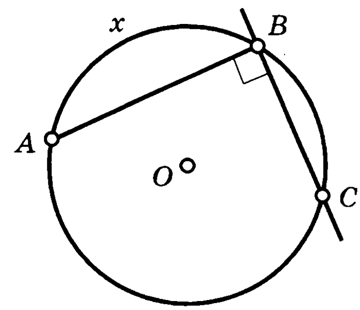
$\smile NM : \smile NK = 20 : 24$

51



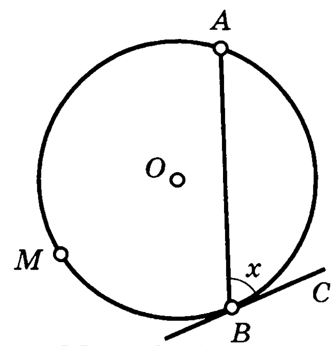
$\smile AB : \smile BC : \smile AC = 7 : 11 : 6$

52



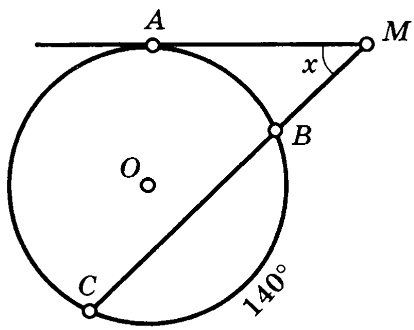
$\smile BC : \smile CA = 2 : 5$

53



$\smile AB : \smile BMA = 3 : 5$

54

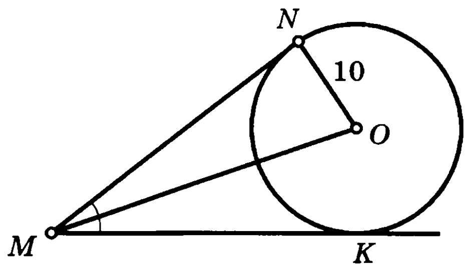


$\smile AB : \smile CA = 10 : 12$

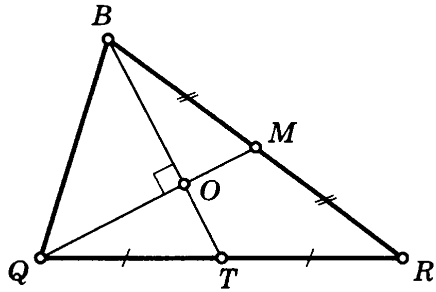
ЧЕТЫРЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 22

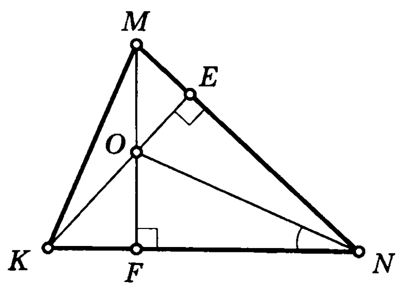
1 $\angle NMK = 60°$, MO — ?



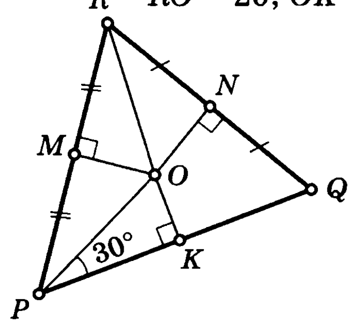
5 $QM = 9$, $BT = 12$, $S_{\Delta BOQ}$ — ?



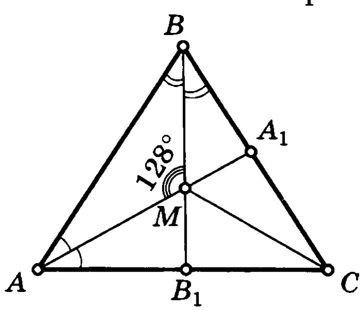
2 $\angle MKN = 66°$, $\angle FNO$ — ?



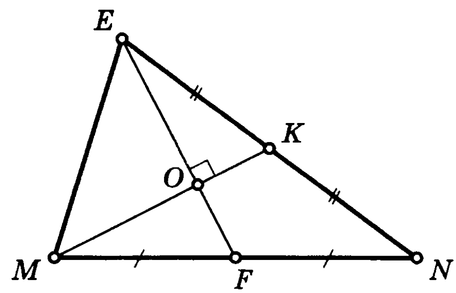
6 $RO = 20$, OK — ?



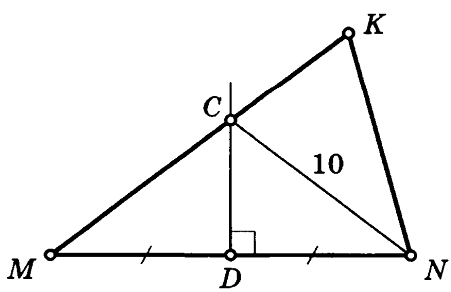
3 $\angle MCB_1$ — ?



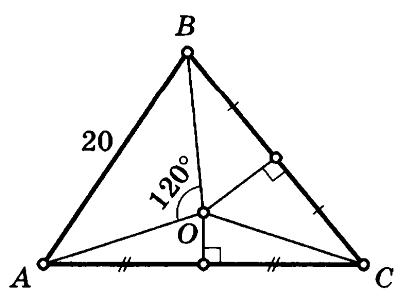
7 $EF = 18$, $MK = 15$, ON — ?



4 $MK = 17$, CK — ?



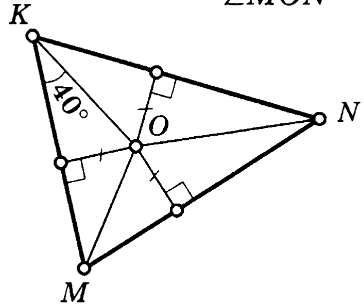
8 OC — ?



Продолжение табл. 22

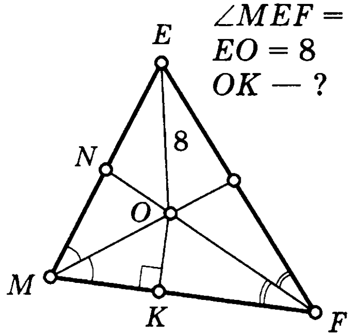
9

$\angle MON$ — ?



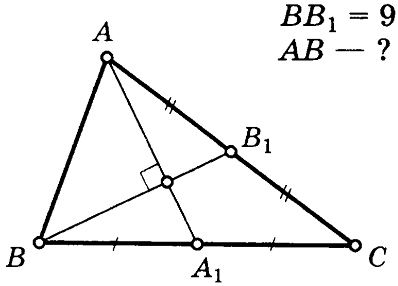
10

$\angle MEF = 60°$
$EO = 8$
OK — ?



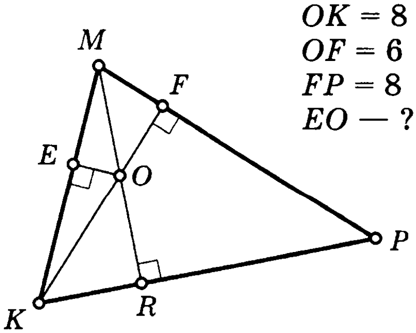
11

$AA_1 = 12$
$BB_1 = 9$
AB — ?



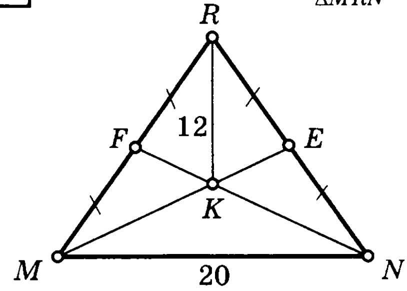
12

$OK = 8$
$OF = 6$
$FP = 8$
EO — ?



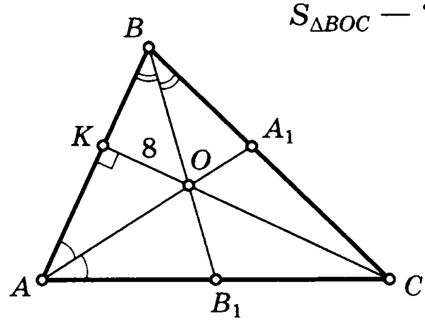
13

$S_{\Delta MRN}$ — ?



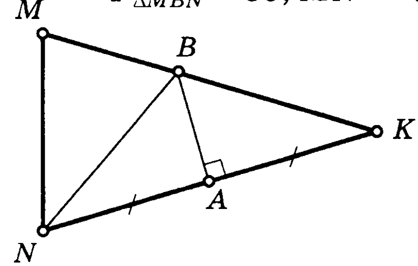
14

$BC = 20$
$S_{\Delta BOC}$ — ?



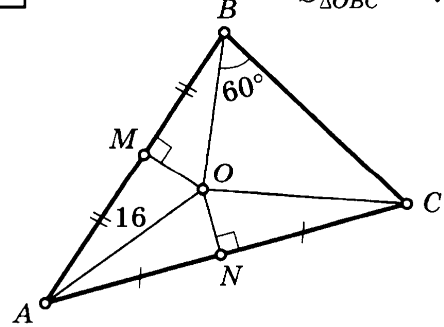
15

$MK = NK = 20$
$P_{\Delta MBN} = 35$, MN — ?



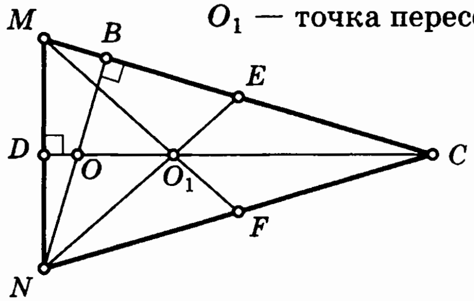
16

$S_{\Delta OBC}$ — ?



Окончание табл. 22

17



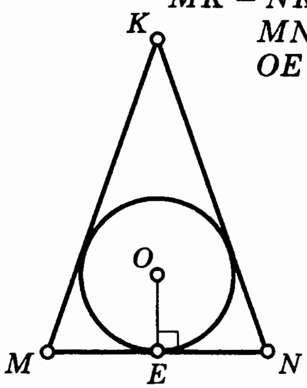
O — точка пересечения высот
O_1 — точка пересечения медиан
$MC = NC = 26$
$MN = 20$
OO_1 — ?

ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТИ

Таблица 23

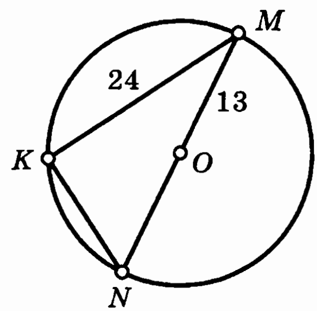
1

$MK = NK = 26$
$MN = 20$
OE — ?



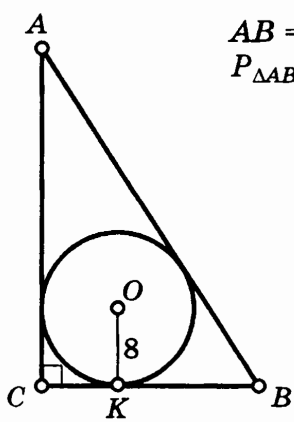
3

$P_{\Delta KMN}$ — ?



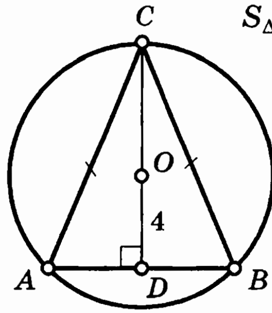
2

$AB = 52$
$P_{\Delta ABC}$ — ?



4

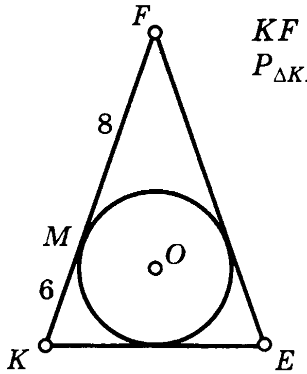
$AB = 6$
$S_{\Delta ABC}$ — ?



Продолжение табл. 23

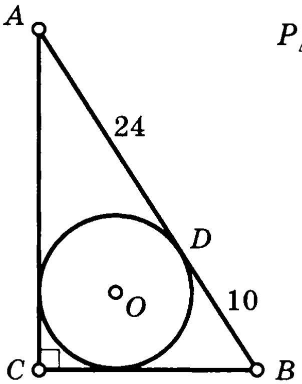
5

$KF = EF$
$P_{\Delta KFE}$ — ?



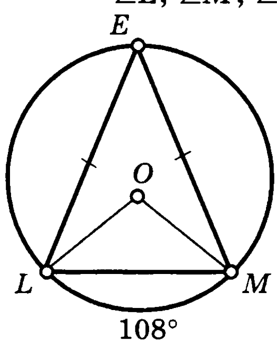
6

$P_{\Delta ABC}$ — ?



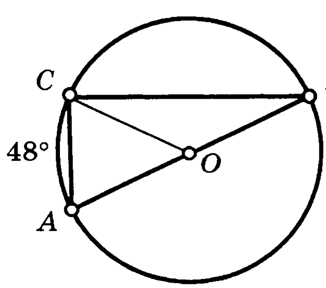
7

$\angle L$, $\angle M$, $\angle E$ — ?



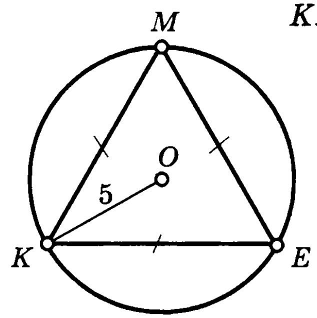
8

$\angle A$, $\angle B$, $\angle ACB$ — ?



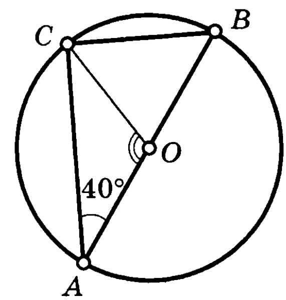
9

KE — ?



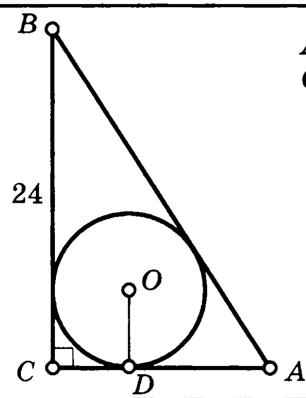
10

$\angle AOC$ — ?



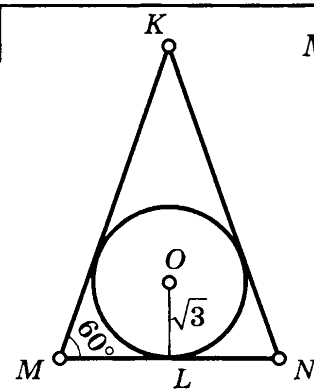
11

$AC = 10$
OD — ?



12

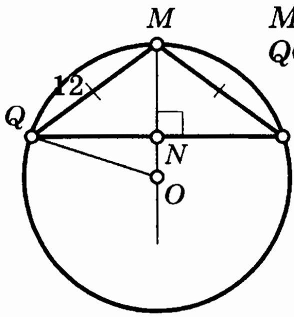
MN — ?



Продолжение табл. 23

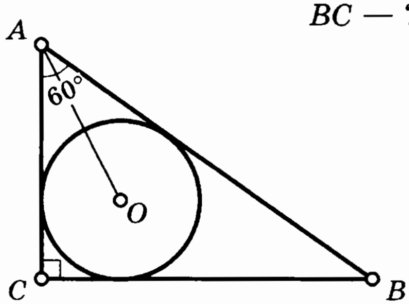
13

$MN = 8$
QO — ?



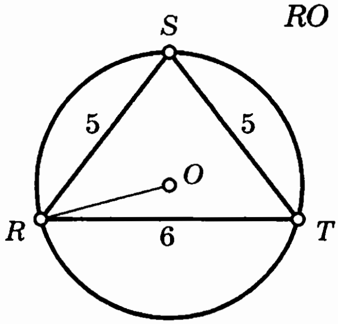
14

$AO = 20$
BC — ?



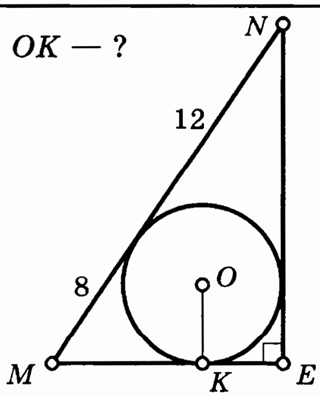
15

RO — ?



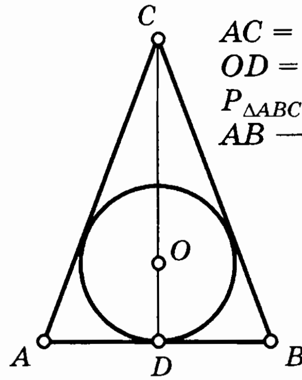
16

OK — ?



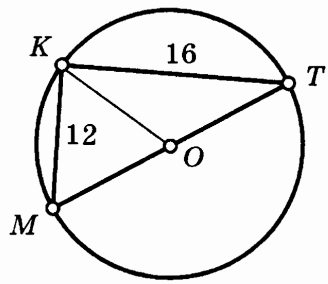
17

$AC = BC$
$OD = 0{,}4\ CD$
$P_{\Delta ABC} = 40$
AB — ?



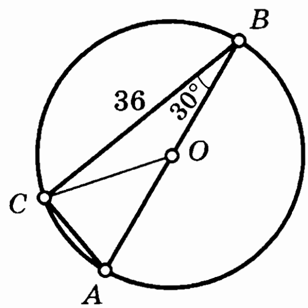
18

KO — ?



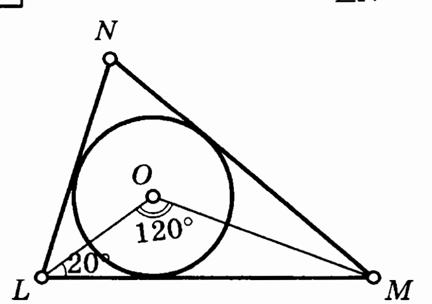
19

CO — ?



20

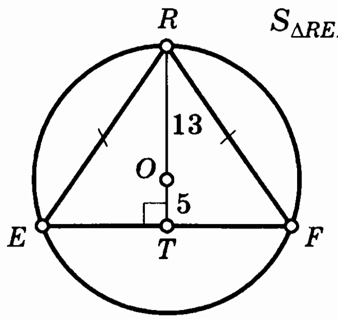
$\angle N$ — ?



Продолжение табл. 23

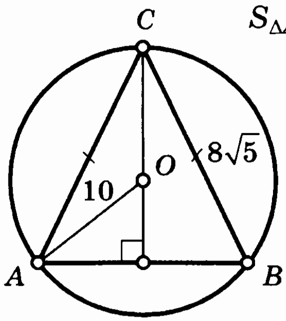
21

$S_{\Delta REF}$ — ?



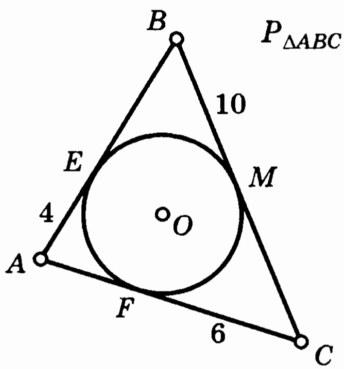
22

$S_{\Delta ABC}$ — ?



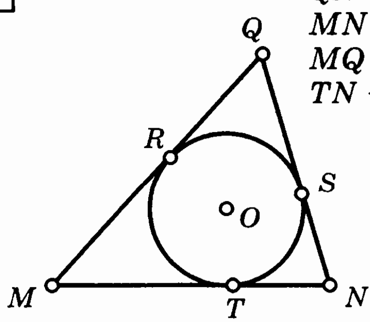
23

$P_{\Delta ABC}$ — ?



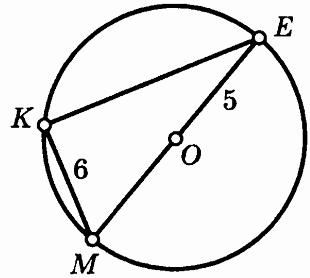
24

$QN = 10$
$MN = 20$
$MQ = 24$
TN — ?



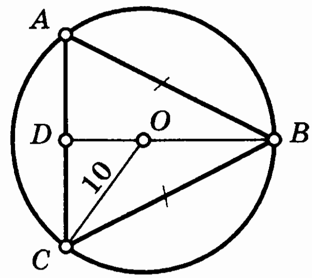
25

KE — ?



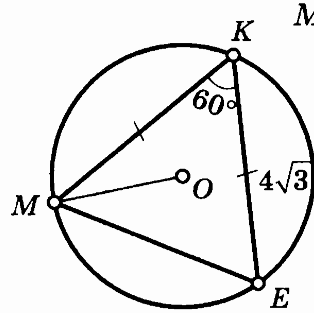
26

$AB = BC = AC$, BD — ?



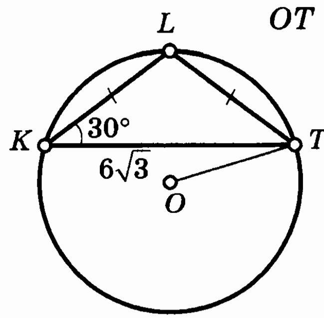
27

MO — ?



28

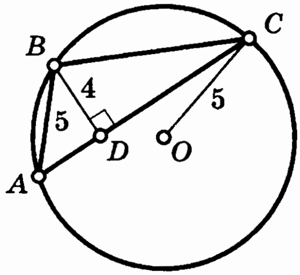
OT — ?



Продолжение табл. 23

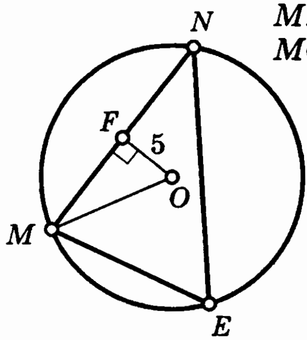
29

BC — ?



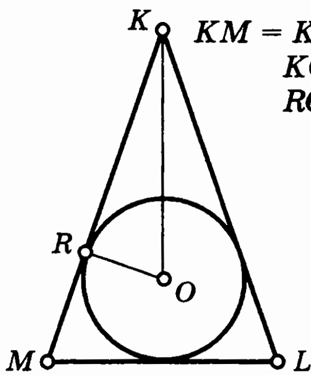
30

$MN = 24$
MO — ?



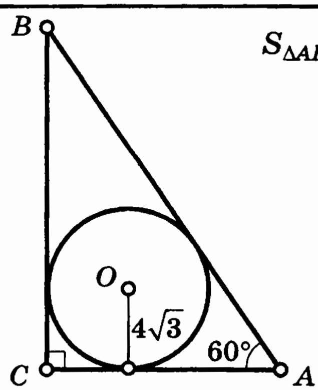
31

$KM = KL = 20$
$KO = 10$
RO — ?



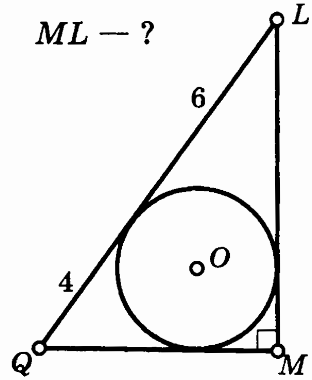
32

$S_{\Delta ABC}$ — ?



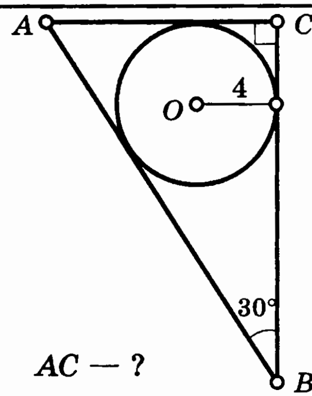
33

ML — ?



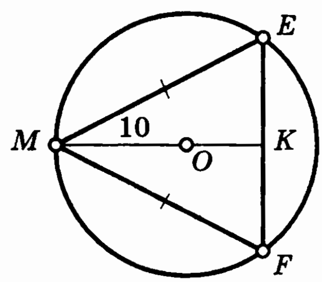
34

AC — ?



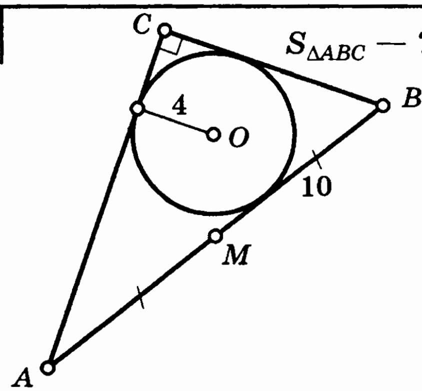
35

$MK = 16$, ME, EF — ?



36

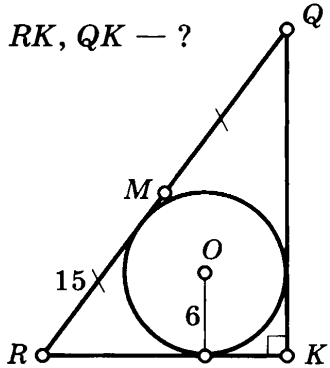
$S_{\Delta ABC}$ — ?



Продолжение табл. 23

37

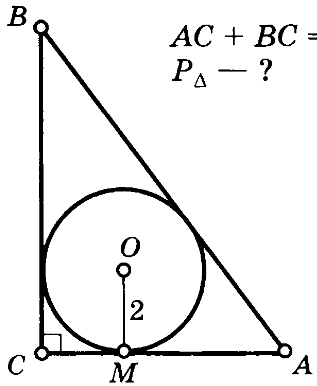
RK, QK — ?



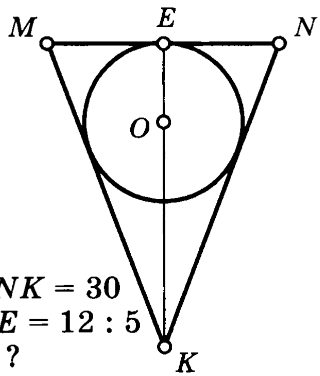
38

$AC + BC = 17$

P_Δ — ?



39



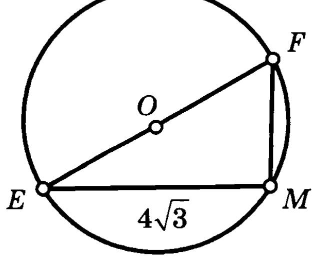
$MK = NK = 30$

$KO : OE = 12 : 5$

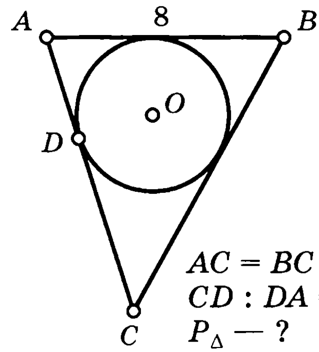
MN — ?

40

EO — ? $\angle E : \angle F = 1 : 2$



41



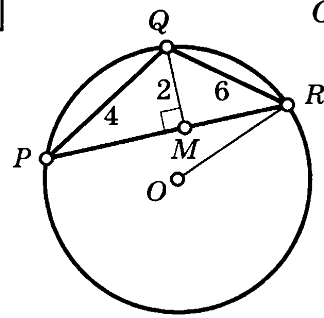
$AC = BC$

$CD : DA = 3 : 2$

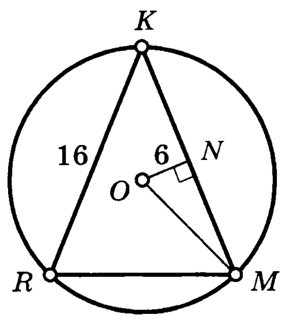
P_Δ — ?

42

OR — ?

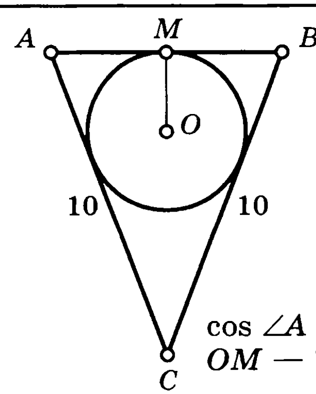


43



$KR = KM = 16$, OM — ?

44

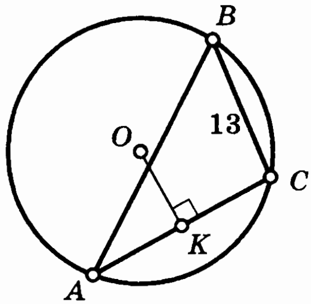


$\cos \angle A = 0{,}6$

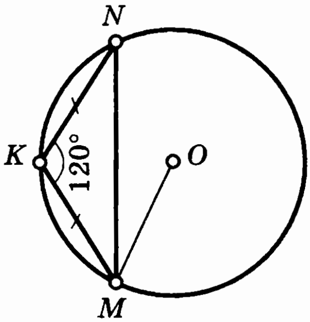
OM — ?

Продолжение табл. 23

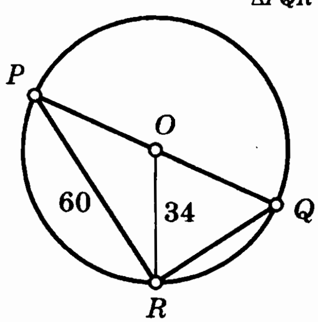
45 $OK = 12$, $AC = 20$, $\sin\angle A$ — ?



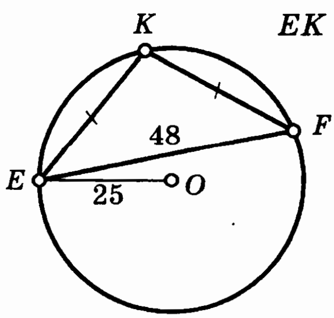
46 $KM = KN = 16$, MO — ?



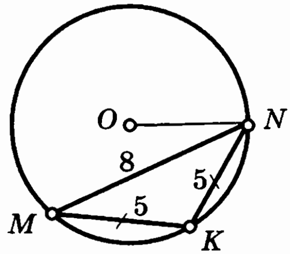
47 $S_{\Delta PQR}$ — ?



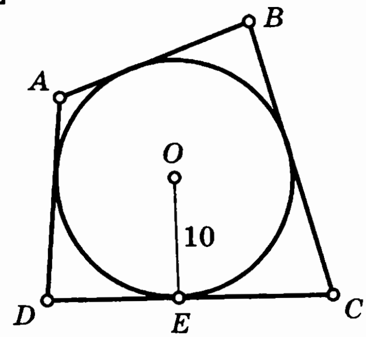
48 EK — ?



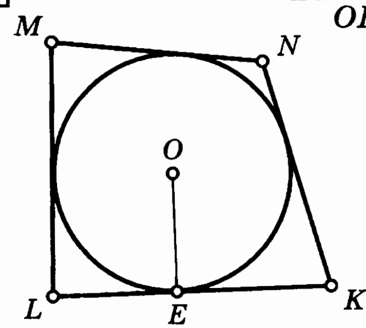
49 ON — ?



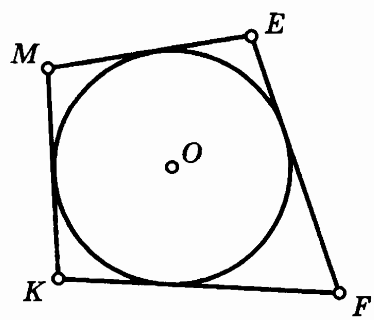
50 $AB + DC = 24$, $S_{\Delta ABCD}$ — ?



51 $MN + LK = 20$, $S_{\Delta MNKL} = 24$, OE — ?



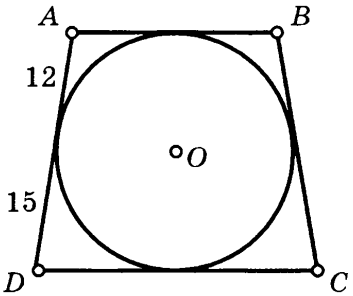
52 $MK + EF = 40$, P_{MEFK} — ?



Продолжение табл. 23

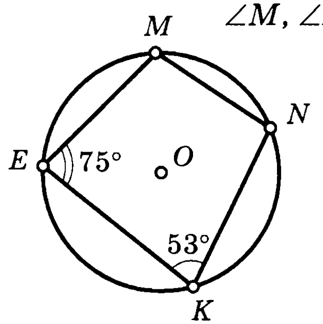
53

$AD = BC$, AB, DC — ?



54

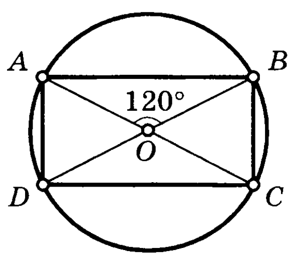
$\angle M$, $\angle N$ — ?



55

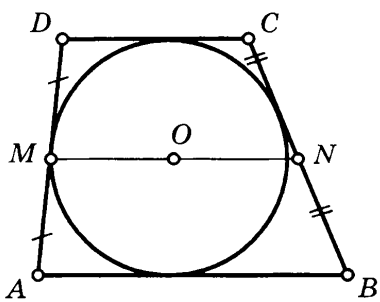
$ABCD$ — прямоугольник

$AD = 10$, AO — ?



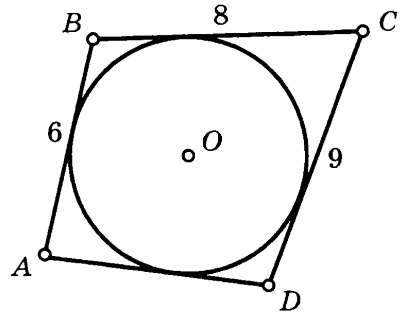
56

$P_{ABCD} = 48$, MN — ?



57

P_{ABCD} — ?



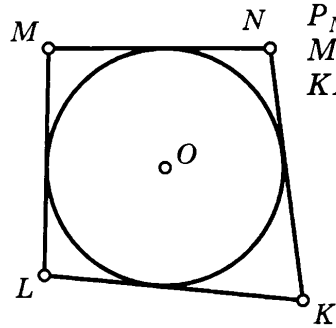
58

$MN : NK : KL = 2 : 6 : 7$

$P_{MNKL} = 54$

MN, NK,

KL, LM — ?

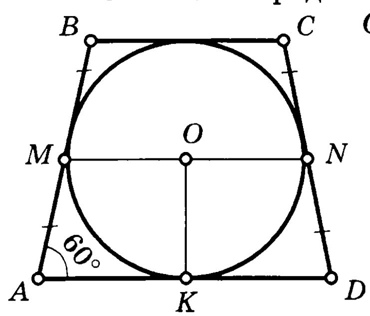


59

$ABCD$ — трапеция

$MN = 20$ — средняя линия

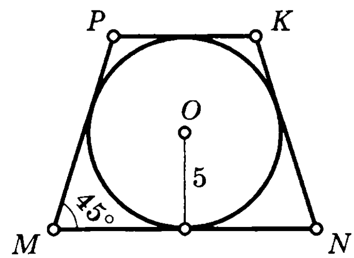
OK — ?



60

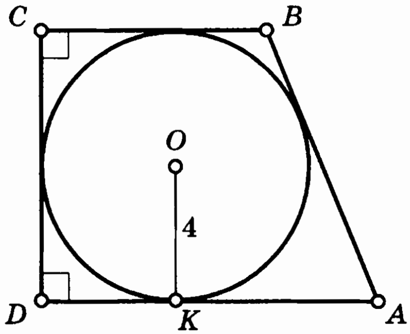
$MNKP$ — трапеция

$MP = NK$, S_{MNKP} — ?

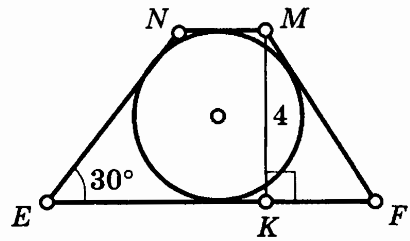


Продолжение табл. 23

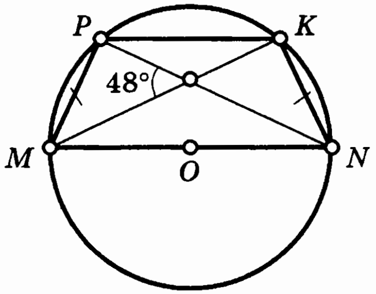
61 $AD - BC = 6$, P_{ABCD} — ?



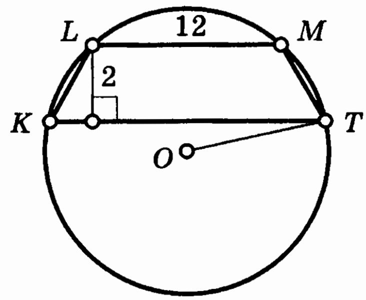
65 $EFMN$ — трапеция
$NE = MF$
$EF + MN$ — ?



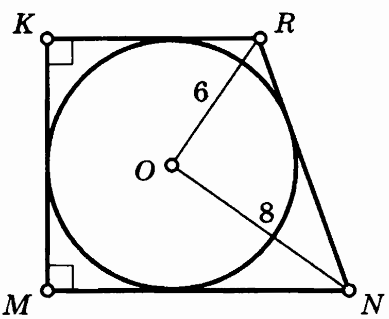
62 $MNKP$ — трапеция
$\angle M$, $\angle N$, $\angle K$, $\angle P$ — ?



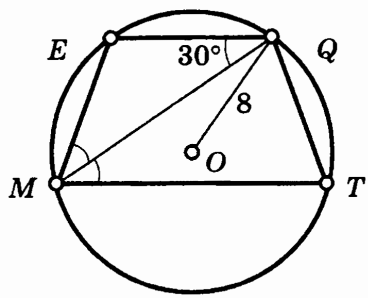
66 $LM \parallel KT$, $KT = 16$, OT — ?



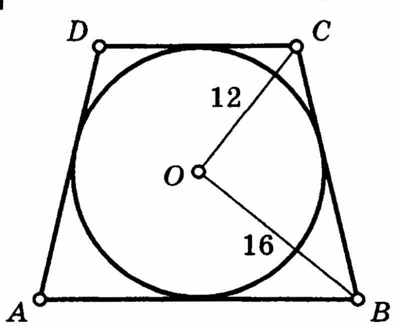
63 S_{MNRK} — ?



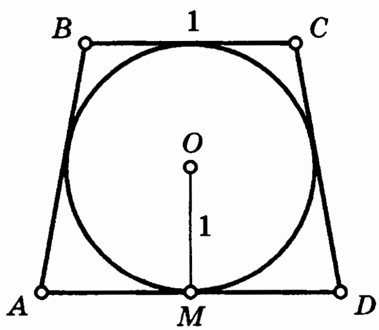
67 $EQ \parallel MT$, S_{MTQE} — ?



64 $AD = BC$, S_{ABCD} — ?



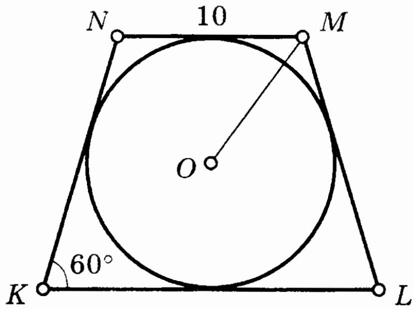
68 $BC \parallel AD$, $AB = CD$, AD — ?



Продолжение табл. 23

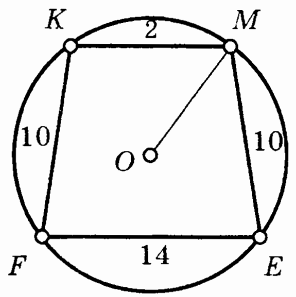
69

$MN \parallel KL$, $KN = NM = ML = 10$, MO — ?



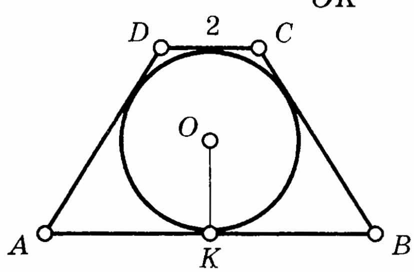
70

$KM \parallel FE$, MO — ?



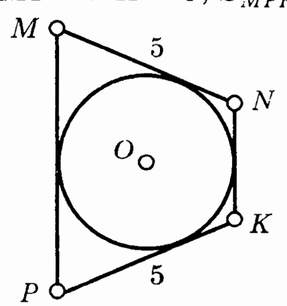
71

$ABCD$ — трапеция
$AD = BC$, $AB = 18$
OK — ?



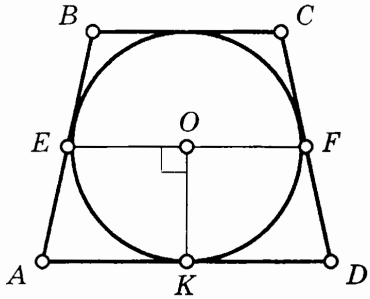
72

$MP \parallel NK$, $MN = PK$
$MP - NK = 6$, S_{MPKN} — ?



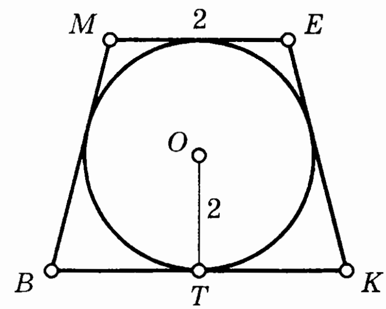
73

$BC \parallel AD$, $AB = CD$, $EF = 8$
$OK = 5$, S_{ABCD} — ?



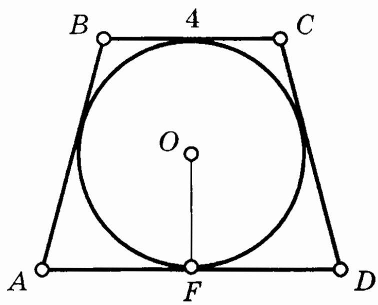
74

$ME \parallel BK$, $MB = EK$
S_{MEKB} — ?



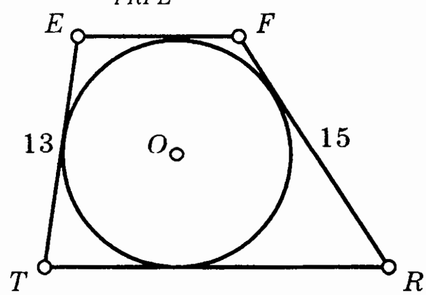
75

$AD \parallel BC$, $AB = CD$
$AD = 9$, OF — ?



76

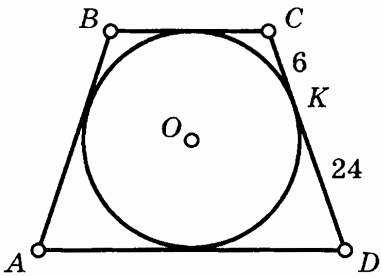
$EF \parallel TR$, $TR - EF = 14$
S_{TRFE} — ?



Продолжение табл. 23

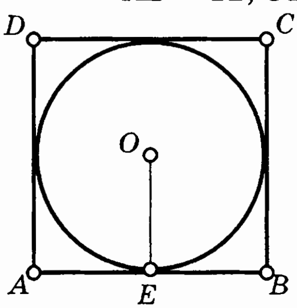
77

$AB = CD$, $BC \parallel AD$
S_{ABCD} — ?



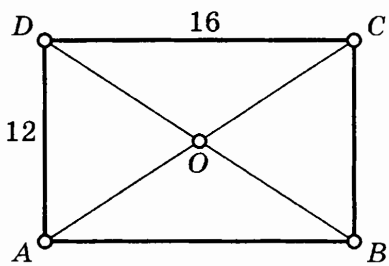
78

$ABCD$ — квадрат
$AB = 12$, OE — ?



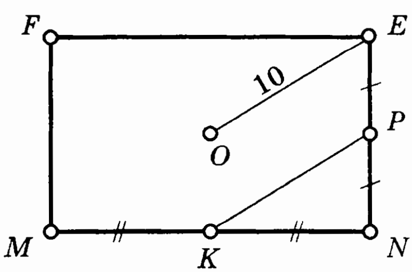
79

$ABCD$ — прямоугольник
AO — ?



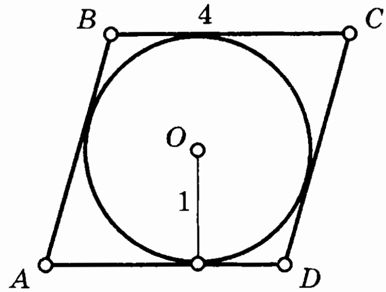
80

$MNFE$ — прямоугольник
KP — ?



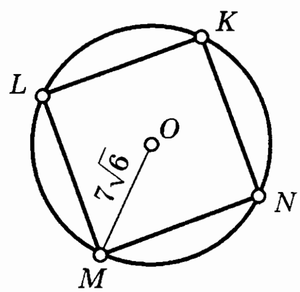
81

$ABCD$ — ромб
$\angle A$ — ?



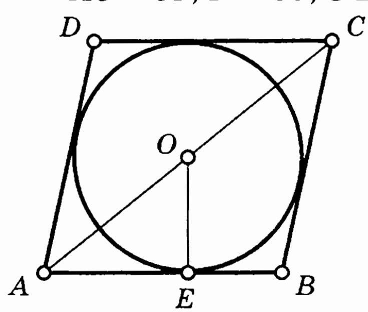
82

$MNKL$ — ромб
S_{MNKL} — ?



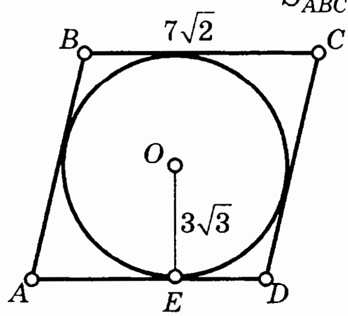
83

$ABCD$ — ромб
$AC = 32$, $P = 80$, OE — ?



84

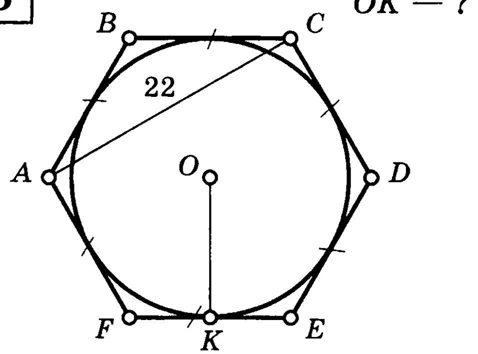
$AB = CD$, $BC = AD$
S_{ABCD} — ?



Окончание табл. 23

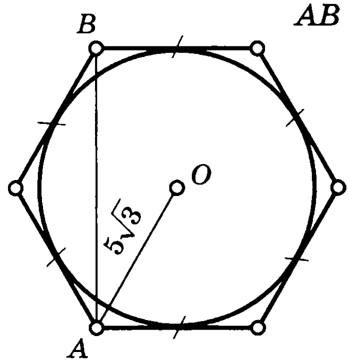
85

OK — ?



86

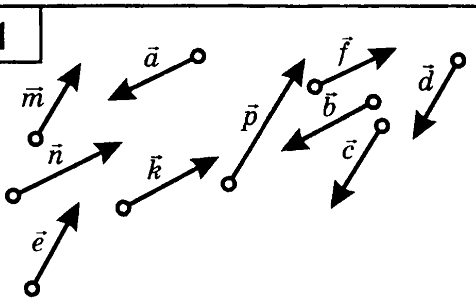
AB — ?



ВЕКТОРЫ

Таблица 24

1



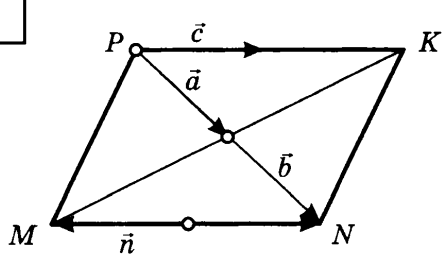
Укажите векторы:

а) сонаправленные с вектором $\vec{m}$;

б) сонаправленные с вектором $\vec{n}$;

в) противоположно направленные с $\vec{m}$ и $\vec{n}$

2



$MNKP$ — параллелограмм

Укажите векторы:

а) коллинеарные;

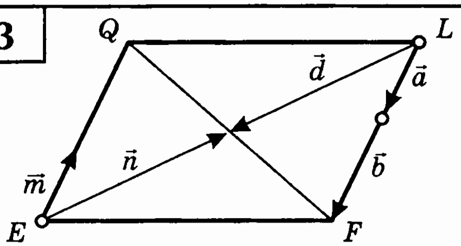
б) сонаправленные;

в) противоположные;

г) равные

Продолжение табл. 24

3

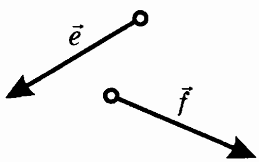


$EFQL$ — параллелограмм

Укажите векторы:

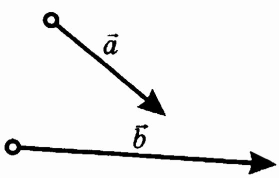
а) коллинеарные; б) сонаправленные; в) противоположные; г) равные

4



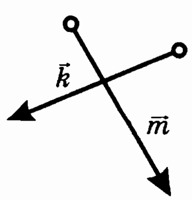
Постройте вектор $\vec{e}+\vec{f}$ двумя способами

5



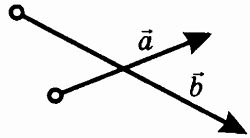
Постройте вектор $\vec{a}+\vec{b}$ двумя способами

6



Постройте вектор $\vec{k}-\vec{m}$

7



Постройте вектор $\vec{b}-\vec{a}$

8

A, B, C, D, E — произвольные точки.

Найдите сумму

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}$$

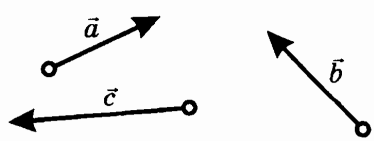
9

M, N, E, F, K — произвольные точки.

Доказать, что

$$\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{KN}+\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{NF}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{NE}$$

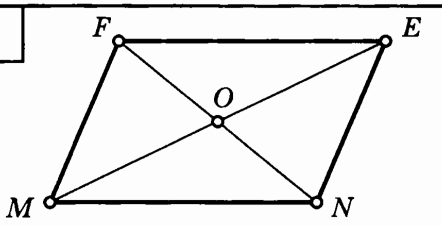
10



Постройте вектор $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

Продолжение табл. 24

11



$MFEN$ — параллелограмм
Доказать, что

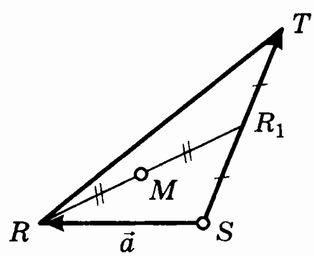
$$\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{EN}=\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{FM}$$

12

Найдите $\overrightarrow{X}$, если

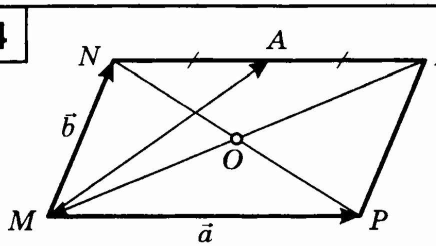
$$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{X}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AE}$$

13



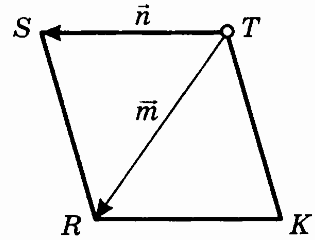
Выразите вектор $\overrightarrow{SM}$ через $\overrightarrow{SR}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{ST}=\vec{b}$

14



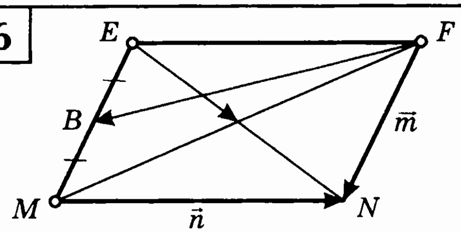
$MNKP$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{OM}$ и $\overrightarrow{MA}$ через векторы $\overrightarrow{MP}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{MN}=\vec{b}$

15



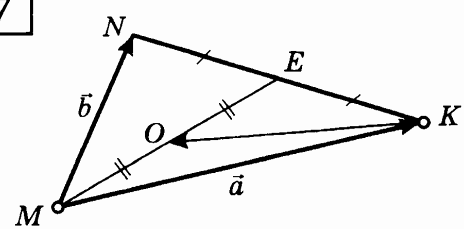
$RSTK$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{RK}$, $\overrightarrow{KT}$, $\overrightarrow{SR}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$

16



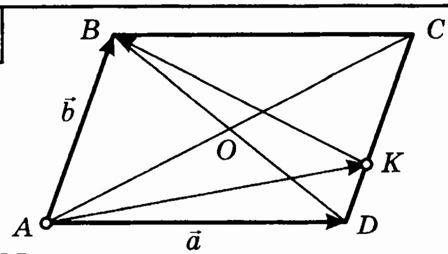
$MNFE$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{EA}$ и $\overrightarrow{FB}$ через векторы $\overrightarrow{FN}=\vec{m}$ и $\overrightarrow{MN}=\vec{n}$

17



Выразите вектор $\overrightarrow{KO}$ через векторы $\overrightarrow{MK}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{MN}=\vec{b}$

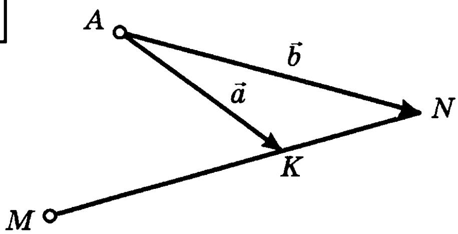
18



$ABCD$ — параллелограмм
$DK : KC = 1 : 3$
Выразите векторы $\overrightarrow{AK}$ и $\overrightarrow{KB}$ через векторы $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$

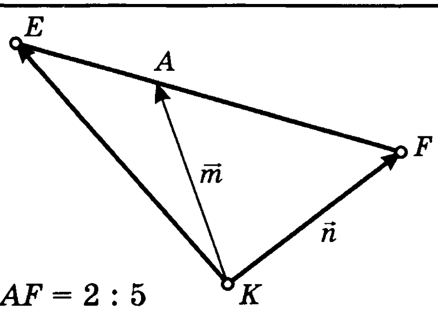
Продолжение табл. 24

19



$MK : KN = 3 : 2$
Выразите вектор $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AK}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{AN}$

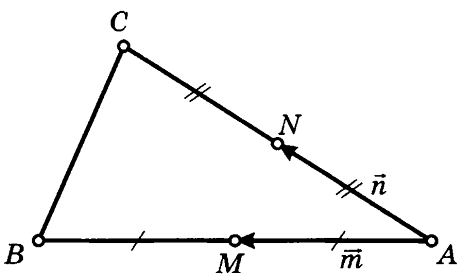
20



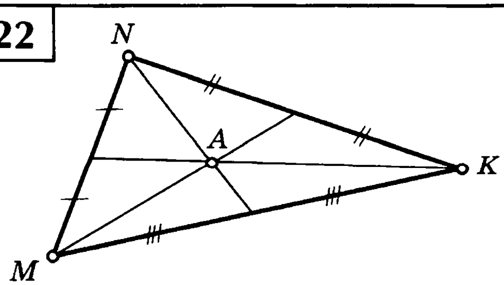
$EA : AF = 2 : 5$
Выразите вектор $\overrightarrow{KE}$ через векторы $\vec{m} = \overrightarrow{KA}$ и $\vec{n} = \overrightarrow{KF}$

21

$\overrightarrow{AM} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AN} = \vec{n}$
$\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{BN}$ — ?

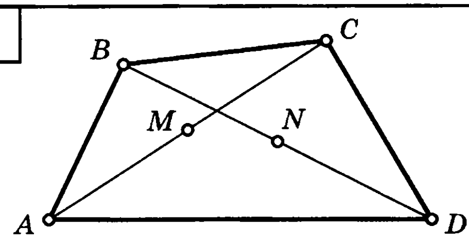


22



Доказать, что
$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AK} = \vec{0}$

23

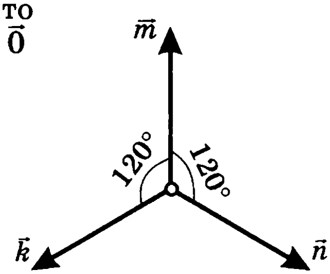


M — середина BD
N — середина AC

Доказать, что $\overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$

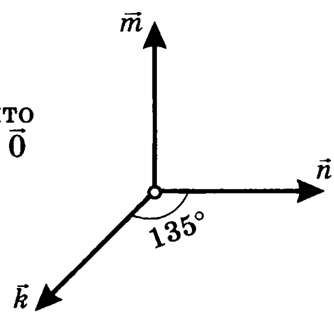
24

$|\vec{m}| = |\vec{n}| = |\vec{k}|$
Доказать, что
$\vec{m} + \vec{n} + \vec{k} = \vec{0}$

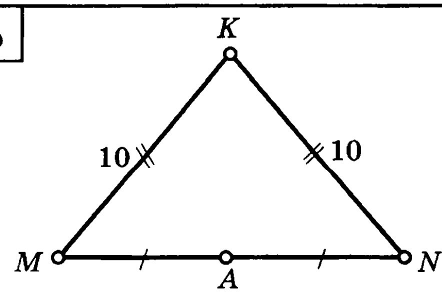


25

$|\vec{n}| = |\vec{k}| = 1$
$|\vec{m}| = \sqrt{2}$
Доказать, что
$\vec{m} + \vec{n} + \vec{k} = \vec{0}$



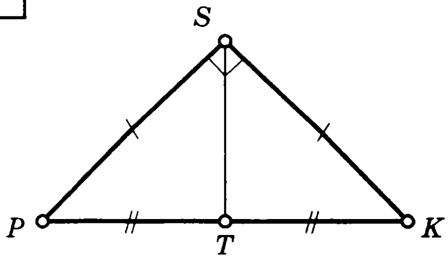
26



$KA = 8$
Найдите $|\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{KM}|$

Продолжение табл. 24

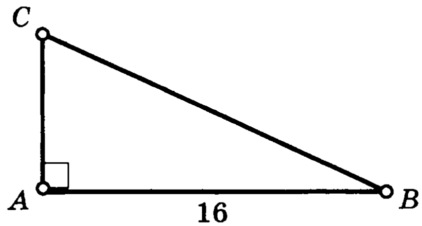
27



$KP = 12$

Найдите $|\overrightarrow{KP} - \overrightarrow{KS} + \overrightarrow{PT}|$

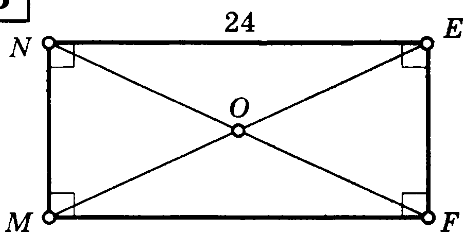
31



$\vec{p} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$

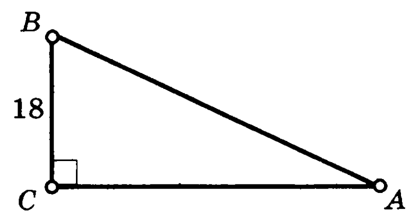
$|\vec{p}|$ — ?

28



Найдите $|\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NE} - \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{OF}|$

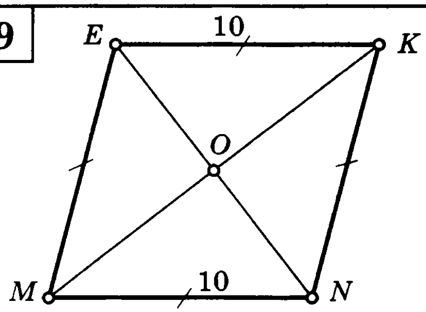
32



$\vec{k} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}$

$|\vec{k}|$ — ?

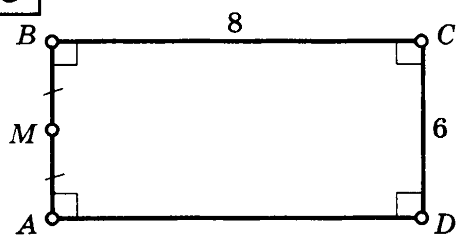
29



$EN = 12$

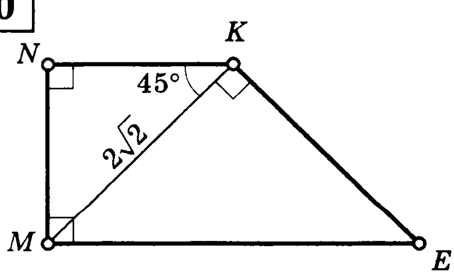
Найдите $|\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{EK} - \overrightarrow{OE}|$

33



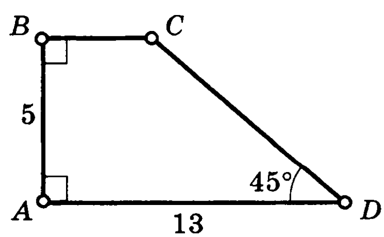
Найдите: $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{BC}|$, $|\overrightarrow{DC}|$, $|\overrightarrow{MC}|$

30



Найдите $|\overrightarrow{KE} - \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{KN}|$

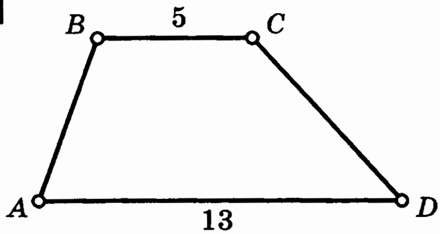
34



Найдите: $|\overrightarrow{BD}|$, $|\overrightarrow{CD}|$, $|\overrightarrow{AC}|$

Окончание табл. 24

35

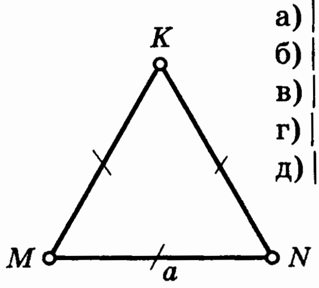


$ABCD$ — трапеция

$\vec{a} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

Найдите: $|\vec{a}|$

36



Найдите:

а) $|\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MN}|$,

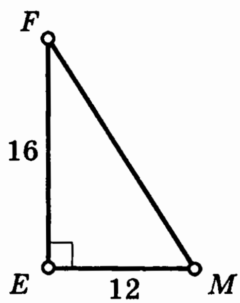
б) $|\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KN}|$,

в) $|\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{NK}|$,

г) $|\overrightarrow{KM} - \overrightarrow{KN}|$,

д) $|\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MN}|$

37



Найдите:

1) $|\overrightarrow{EM}| - |\overrightarrow{EF}|$,

2) $|\overrightarrow{EM} - \overrightarrow{EF}|$,

3) $|\overrightarrow{EM}| + |\overrightarrow{EF}|$,

4) $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EF}|$,

5) $|\overrightarrow{ME}| + |\overrightarrow{EF}|$,

6) $|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EF}|$,

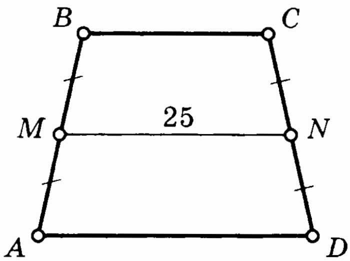
7) $|\overrightarrow{ME}| - |\overrightarrow{EF}|$,

8) $|\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{EF}|$

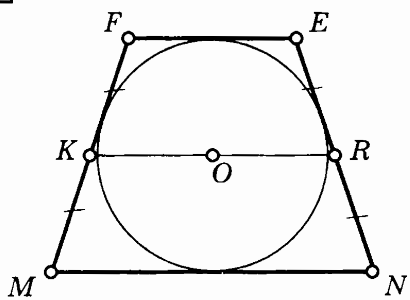
СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

Таблица 25

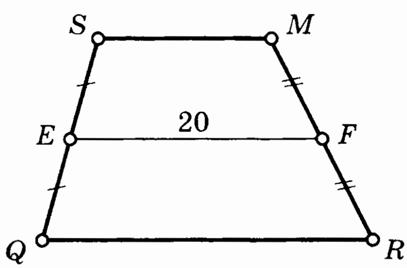
1 $AB = CD = 15$, P_{ABCD} — ?



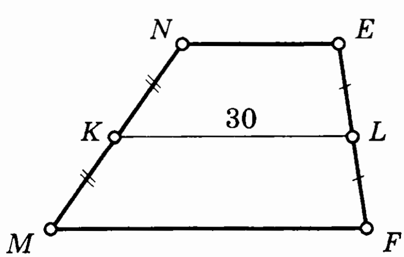
2 $P_{MNEF} = 30$, KR — ?



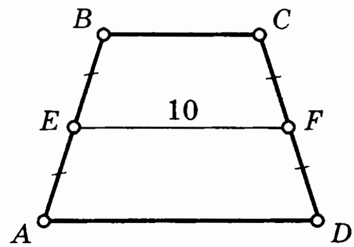
3 $QR - SM = 8$, SM, QR — ?



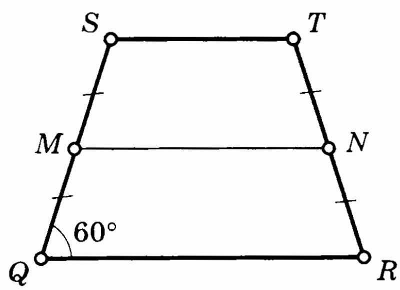
4 $MF = 2\,NE$, NE, MF — ?



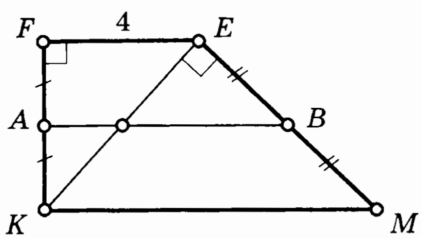
5 $P_{ABCD} = 36$, AB — ?



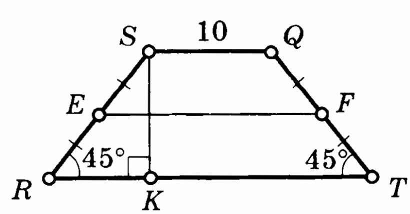
6 $SQ = TR = 20$, ST, MN — ?



7 $\angle FEM = 150°$, AB — ?



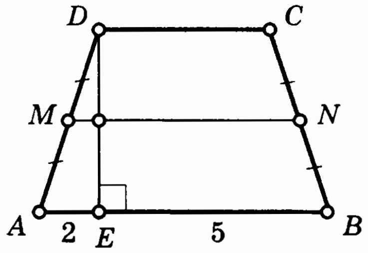
8 $SK = 8$, RT, EF — ?



Продолжение табл. 25

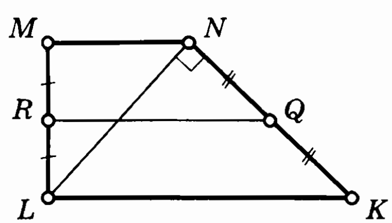
9

$MN,\ DC$ — ?



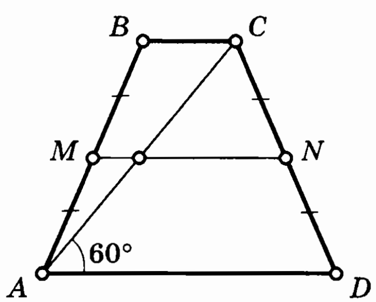
10

$ML = 4,\ \angle MNK = 135°$
RQ — ?



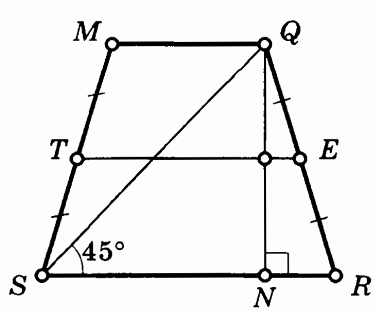
11

$AC = 16,\ MN$ — ?



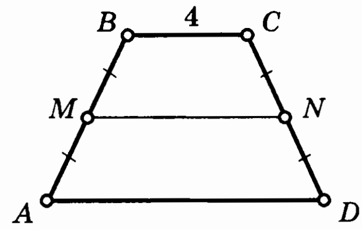
12

$QN = 4,\ TE$ — ?



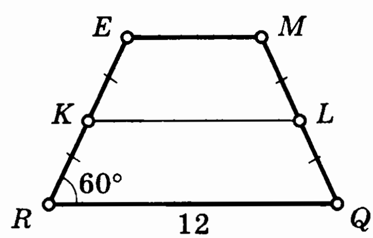
13

$AD - BC = 4,\ MN$ — ?



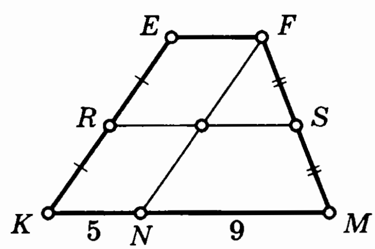
14

$RE = EM = MQ,\ KL$ — ?



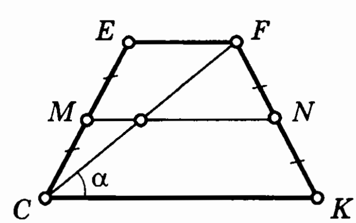
15

$KE \parallel NF,\ RS$ — ?



16

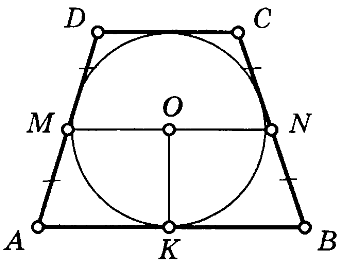
$MN = 4,\ S_{CEFK} = 8$
$\operatorname{tg} \alpha$ — ?



Продолжение табл. 25

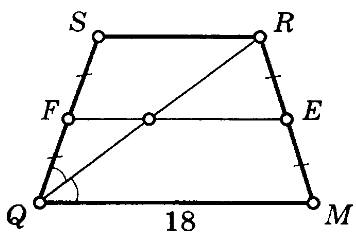
17

$MN = 68$, $AB - DC = 64$
OK — ?



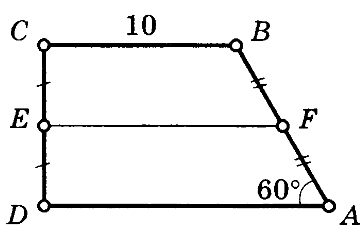
18

$P_{QSRM} = 48$, EF — ?



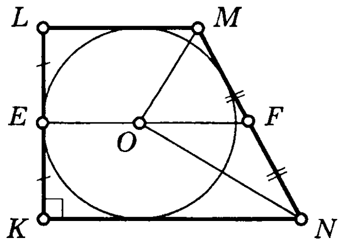
19

$AB = 8$, EF — ?



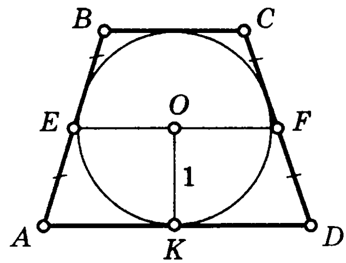
20

$OM = 6$, $ON = 8$, EF — ?



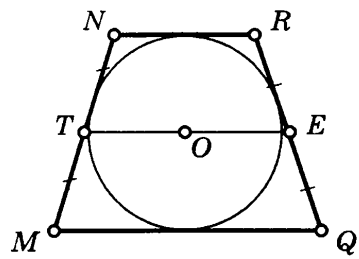
21

$AD = 2\,BC$, EF — ?



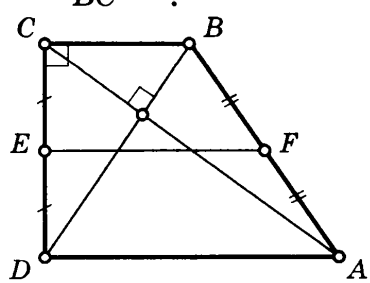
22

$S_{MNRQ} = 20$, $\sin\angle M = 0{,}8$
TE — ?



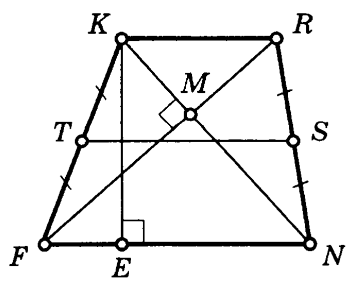
23

$BC : CD = 1 : 2$, $EF = 20$
BC — ?



24

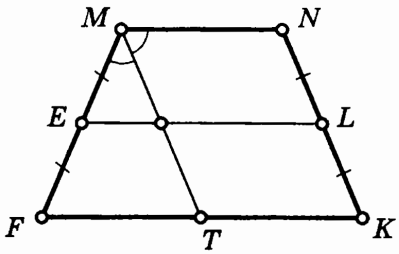
$KF = RN$, $KE = 10$
TS — ?



Окончание табл. 25

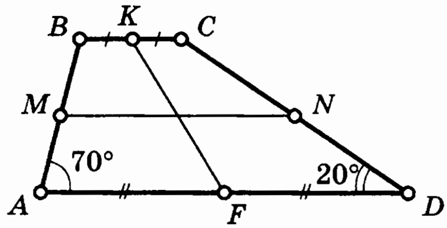
25

$P_{FMNK} = 71{,}8$, $EL = 21{,}4$
$MT \parallel NK$, MN — ?



26

$KF = 2$, $MN = 4$
MN — средняя линия
BC, AD — ?

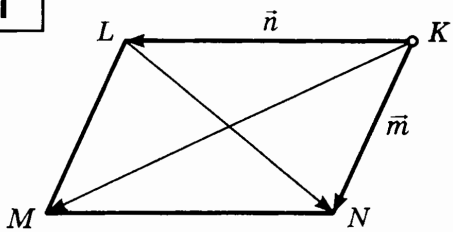


IX класс

КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

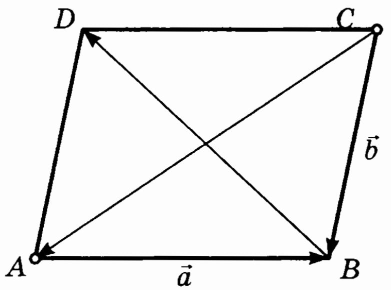
Таблица 1

1



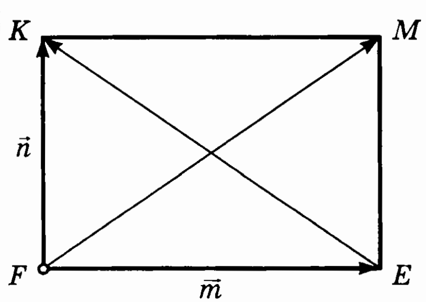
$MNKL$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{LN}$ и $\overrightarrow{KM}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$

2



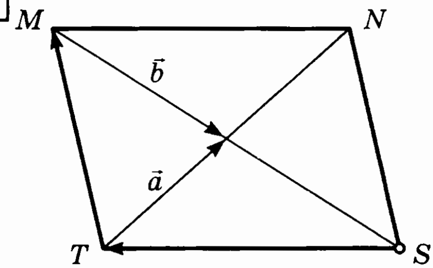
$ABCD$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CA}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$

3



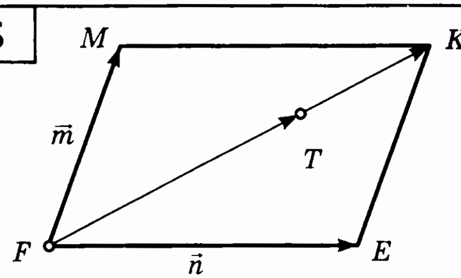
$FKME$ — прямоугольник
Выразите векторы $\overrightarrow{EK}$ и $\overrightarrow{FM}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$

4



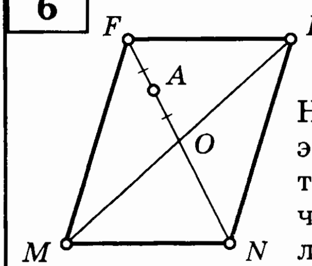
$TMNS$ — параллелограмм
Выразите векторы $\overrightarrow{TM}$ и $\overrightarrow{ST}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$

5



$MKEF$ — параллелограмм
$FT : TK = 3 : 1$
Разложите вектор $\overrightarrow{FT}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$

6



$FENM$ — параллелограмм
Найдите (если это возможно) такое число k, чтобы выполнялось равенство:

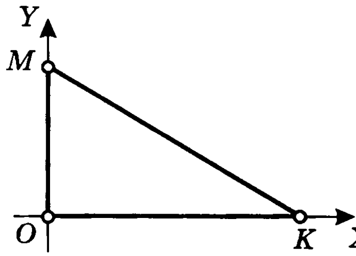
а) $\overrightarrow{FN} = k \cdot \overrightarrow{FO}$;
б) $\overrightarrow{MO} = k \cdot \overrightarrow{ME}$;
в) $\overrightarrow{ON} = k \cdot \overrightarrow{NF}$;
г) $\overrightarrow{FM} = k \cdot \overrightarrow{NE}$;
д) $\overrightarrow{MN} = k \cdot \overrightarrow{EF}$;
е) $\overrightarrow{FA} = k \cdot \overrightarrow{NF}$;
ж) $\overrightarrow{AN} = k \cdot \overrightarrow{FA}$;
з) $\overrightarrow{FN} = k \cdot \overrightarrow{NA}$;
и) $\overrightarrow{NE} = k \cdot \overrightarrow{EF}$;
к) $\overrightarrow{FO} = k \cdot \overrightarrow{ME}$

ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ

Таблица 2

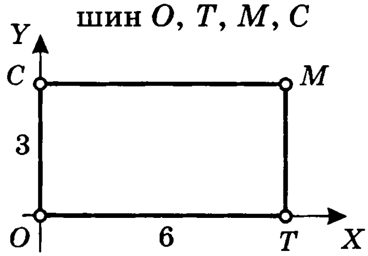
1

Дано: $OK = 3$, $OM = 2$
Найдите координаты вершин ΔMOK



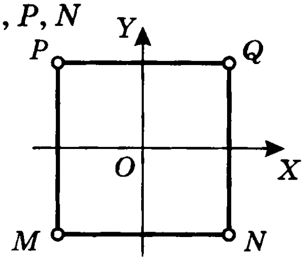
2

Дано: $TOCM$ — прямоугольник
Найдите координаты вершин O, T, M, C



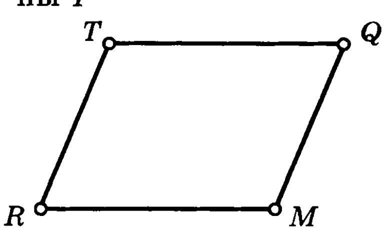
3

Дано: $MQPN$ — квадрат
$M\ (-2; -2)$
Найдите координаты вершин Q, P, N



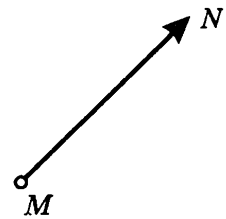
4

Дано: $TQMR$ — параллелограмм
$R\ (0; 0)$, $M\ (10; 0)$, $Q\ (24; 6)$
Найдите координату вершины T



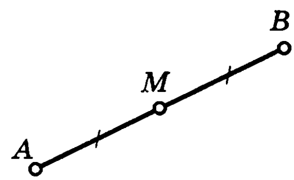
5

Дано: $M\ (3; 5)$, $N\ (-2; 4)$
Найдите координаты вектора $\overrightarrow{MN}$



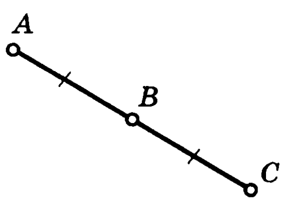
6

Дано: $A\ (2; 6)$, $B\ (6; 2)$
Найдите координаты точки M



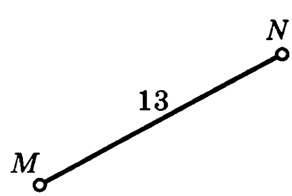
7

Дано: $A\ (2; 4)$, $B\ (0; 18)$
Найдите координаты точки C



8

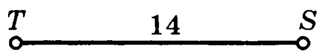
Дано: $M\ (4; 6)$, $N\ (x; 1)$
Найдите: x



Продолжение табл. 2

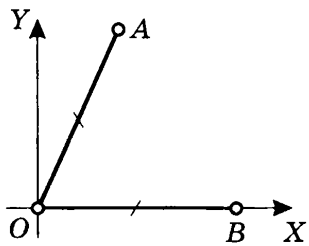
9

Дано: $S\ (2x;\ -2)$, $T\ (6;\ 4x)$
Найдите: x



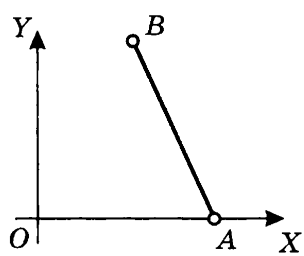
10

Дано: $A\ (1;\ 2)$, $B\ (x;\ 0)$
Найдите: x



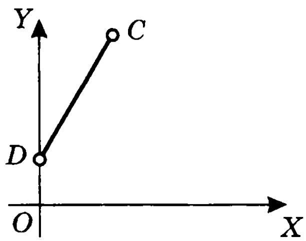
11

Дано: $A\ (3;\ 0)$, $B\ (2;\ 5)$
Найдите: AB



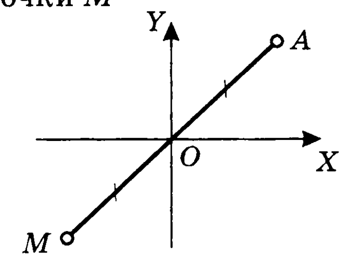
12

Дано: $C\ (1;\ 4)$, $D\ (0;\ 3)$
Найдите: CD



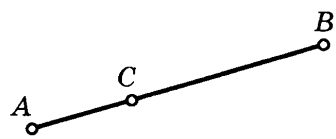
13

Дано: $A\ (3;\ 3)$
Найдите координаты точки M



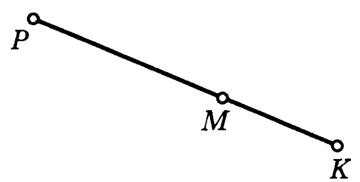
14

Дано: $A\ (1;\ 2)$, $B\ (7;\ 10)$
$AC : CB = 1 : 3$
Найдите координаты точки C



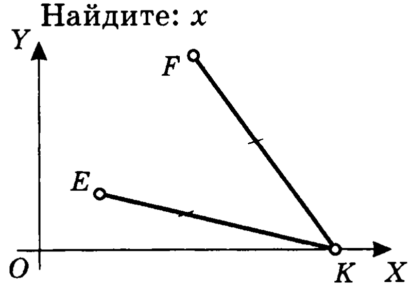
15

Дано: $P\ (6;\ 3)$, $M\ (14;\ 9)$
$PM : MK = 2 : 1$
Найдите координаты точки K



16

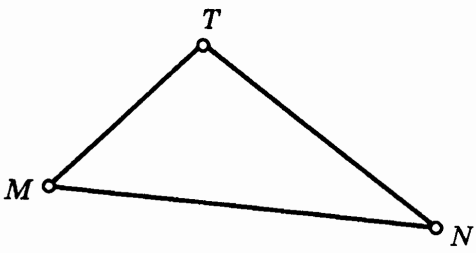
Дано: $E\ (2;\ 2)$, $F\ (6;\ 10)$, $K\ (x;\ 0)$
Найдите: x



Окончание табл. 2

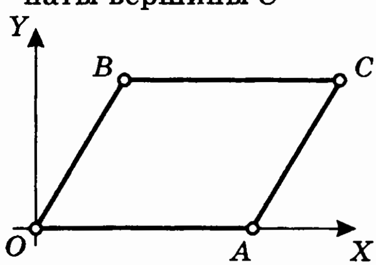
17

Дано: ΔMTN
M (8; 0), N (6; −1), T (3; −4)
Найдите: $P_{\Delta MTN}$



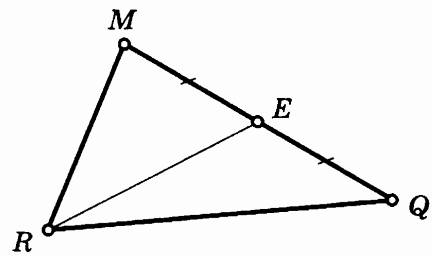
18

Дано: $OBCA$ — параллелограмм
B (3; 2), $OA = 6$
Найдите: AC, OC и координаты вершины C



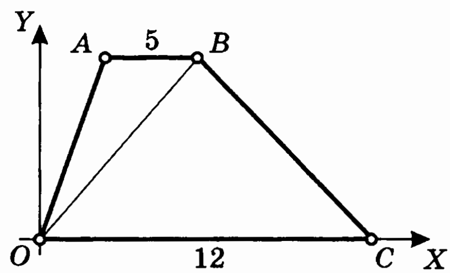
19

Дано: ΔMQR
M (6; 3), Q (0; 2), R (1; −5)
Найдите: RE



20

Дано: $OABC$ — трапеция
$AB = 5$, $OC = 12$, A (2; 4)
Найдите: BC, OB

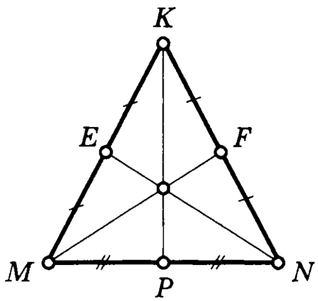


ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КООРДИНАТ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Таблица 3

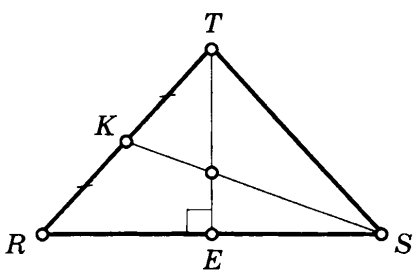
1

Дано: ΔMKN
$KP = 80$, $MN = 40$
Найдите: MF и NE



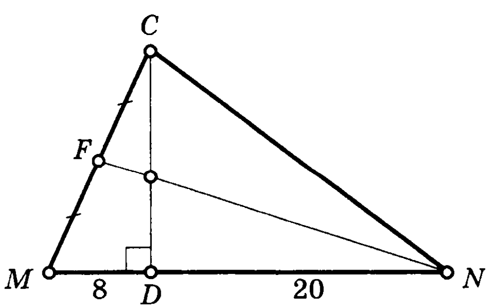
2

Дано: ΔTRS
$RT = TS$
$TE = 8$, $RS = 24$
Найдите: SK



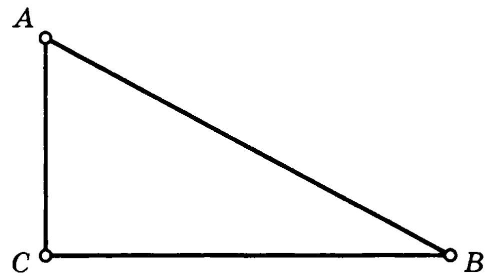
3

Дано: ΔMCN
$CD = 20$
Найдите: NF



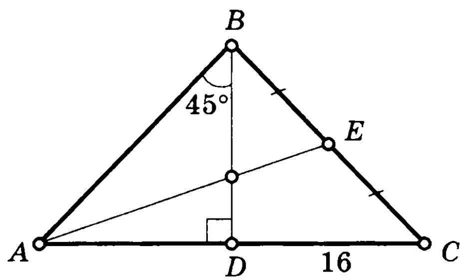
4

Дано: ΔABC
$B\ (0;\ 0)$, $C\ (6;\ 2\sqrt{3})$, $A\ (4;\ 4\sqrt{3})$
Найдите: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$



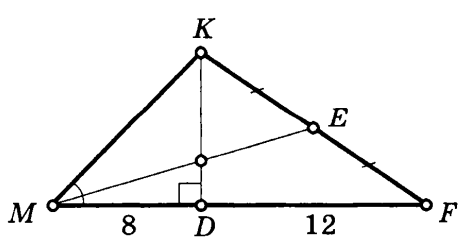
5

Дано: ΔABC
$BD = 12$
Найдите: AE



6

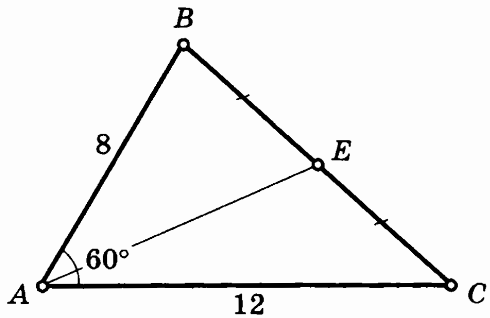
Дано: ΔMKF
$\angle KMF = 45°$
Найдите: ME



Окончание табл. 3

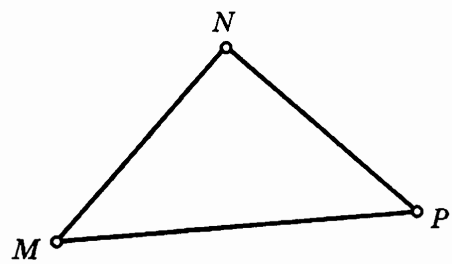
7

Дано: ΔABC
Найдите: AE



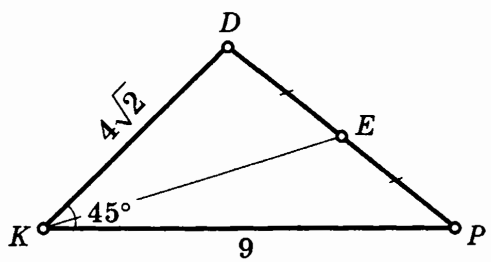
8

Дано: ΔMNP
$M\ (4;\ 8)$, $N\ (8;\ 2)$, $P\ (14;\ 6)$
Найдите: $\angle M$, $\angle N$, $\angle P$



9

Дано: ΔKDP
Найдите: KE

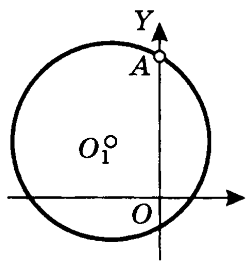


УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Таблица 4

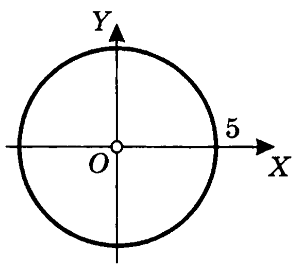
1

Дано: O_1 (−4; 2), A (0; 5)
Составьте уравнение окружности



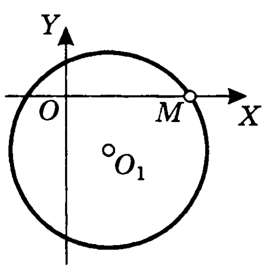
2

Какие из точек A (0; 4), B (5; 0), C (3; −4), D (4; −3) принадлежат окружности?



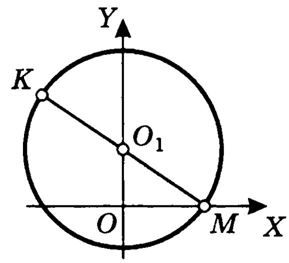
3

Дано: O_1 (2; −4), M (5; 0)
Составьте уравнение окружности



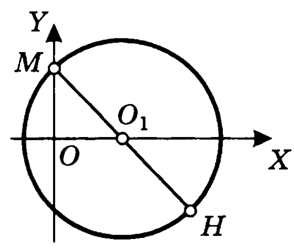
4

Дано: K (−2; 6), M (2; 0)
Составьте уравнение окружности



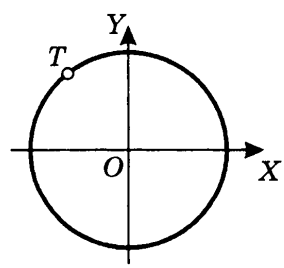
5

Дано: M (0; 2), H (6; −2)
Составьте уравнение окружности



6

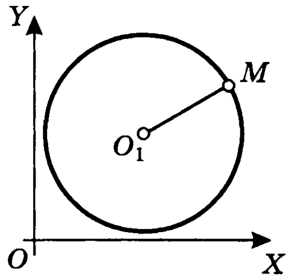
Дано: T (−2; 3)
Составьте уравнение окружности



Продолжение табл. 4

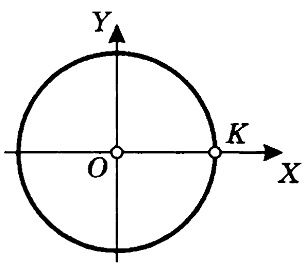
7

Дано: O_1 (4; 5), $O_1M = 3$
Составьте уравнение окружности



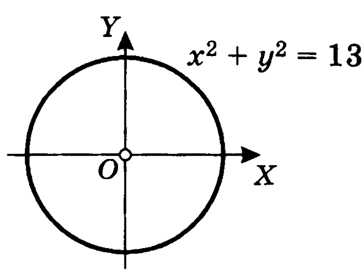
8

Дано: $OK = 5$, A (4; −3), B (3; 4)
Докажите, что AB — хорда окружности



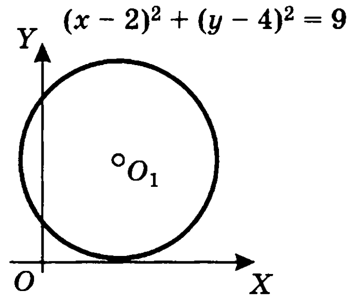
9

Найдите точки:
а) с абсциссой $x = 2$;
б) с ординатой $y = 3$



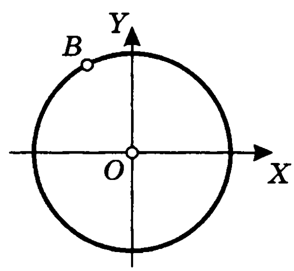
10

На окружности найдите точки:
а) с абсциссой $x = 2$;
б) с ординатой $y = 4$



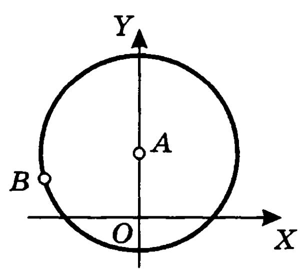
11

Дано: B (−2; 6)
Составьте уравнение окружности, проходящей через точку B



12

Дано: A (0; 2), B (−3; 1)
Составьте уравнение окружности, проходящей через точку B

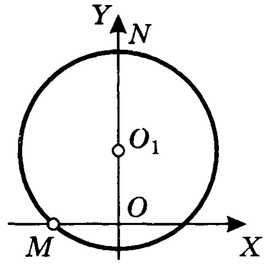


Окончание табл. 4

13

Дано: $M\ (-3;\ 0)$, $N\ (0;\ 9)$, $O_1\ (0;\ y_0)$

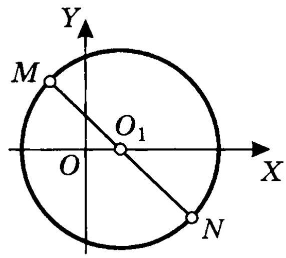
Составьте уравнение окружности, проходящей через точки M и N



14

Дано: $M\ (-2;\ 3)$, $N\ (4;\ -3)$, MN — диаметр

Составьте уравнение окружности, проходящей через точки M и N



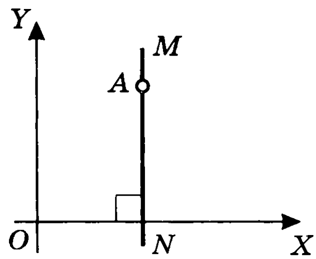
УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

Таблица 5

1

Дано: $A\ (3;\ 9)$

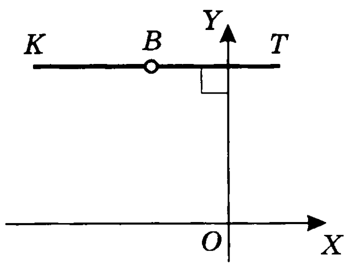
Составьте уравнение прямой MN



2

Дано: $B\ (-3;\ 10)$

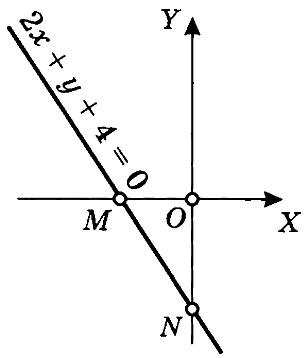
Составьте уравнение прямой KT



Продолжение табл. 5

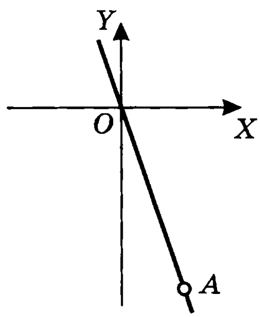
3

Найдите: $S_{\Delta MON}$



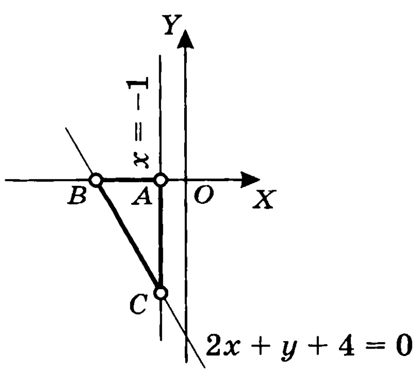
4

Дано: A (2; −10)
Составьте уравнение прямой, проходящей через точки O и A



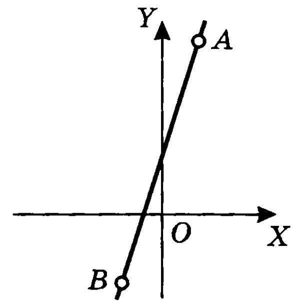
5

Найдите: $S_{\Delta BAC}$



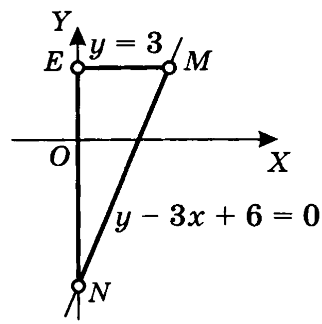
6

Дано: A (1; 10), B (−1; −4)
Составьте уравнение прямой AB



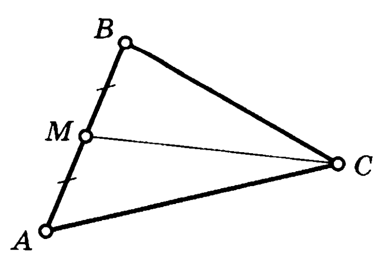
7

Найдите: $S_{\Delta MEN}$



8

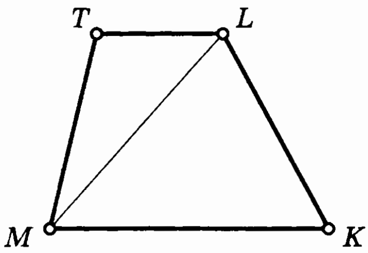
Дано: ΔABC
A (8; 12), B (−8; 0), C (−2; −8)
Составьте уравнение медианы CM



Окончание табл. 5

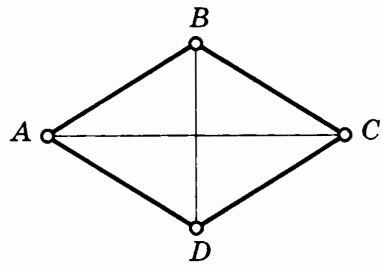
9

Дано: $MTLK$ — трапеция
$M(-4; -4)$, $T(-6; 2)$,
$L(14; 14)$, $K(6; 2)$
Составьте уравнение диагонали ML



10

Дано: $ABCD$ — ромб
$AC = 20$, $BD = 8$
Составьте уравнение прямых, содержащих стороны ромба

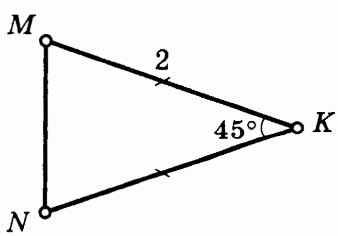


РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 6

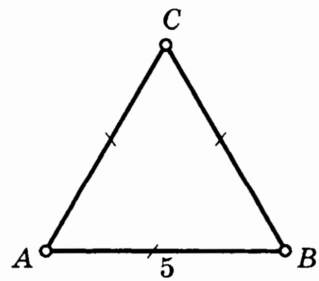
1

Найдите: $S_{\Delta MNK}$



2

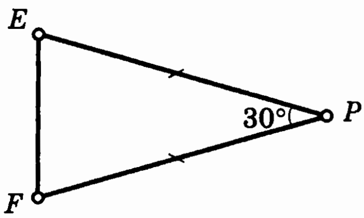
Найдите: $S_{\Delta ABC}$



Продолжение табл. 6

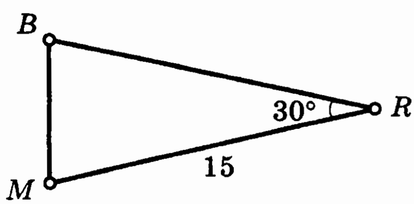
3

Дано: $S_{\Delta EPF} = 20$
Найдите: EP



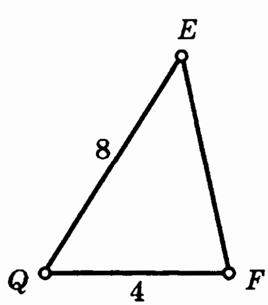
4

Дано: $S_{\Delta MBR} = 90$
Найдите: BR



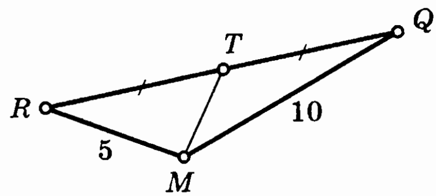
5

Дано: $S_{\Delta EFQ} = 8\sqrt{3}$
Найдите: $\angle EQF$



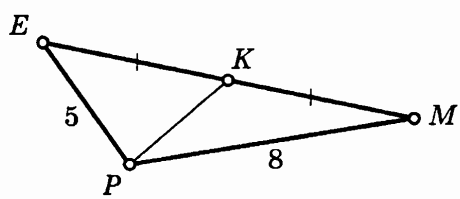
6

Дано: $\angle RMQ = 135°$
Найдите: $S_{\Delta TMQ}$



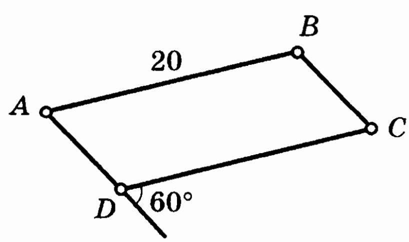
7

Дано: $\angle EPM = 120°$
Найдите: $S_{\Delta EKP}$



8

Дано: $ABCD$ — параллелограмм
$S_{ABCD} = 50\sqrt{3}$
Найдите: P_{ABCD}



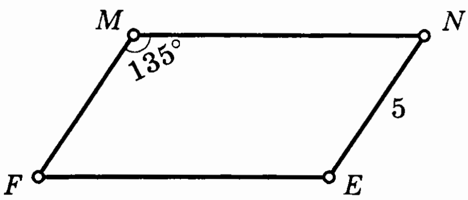
Продолжение табл. 6

9

Дано: $MNEF$ — параллелограмм

$S_{MNEF} = 25\sqrt{2}$

Найдите: P_{MNEF}

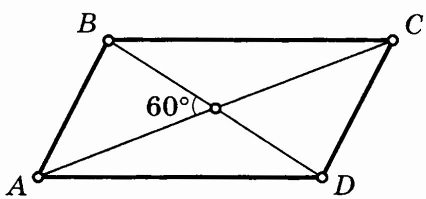


10

Дано: $ABCD$ — параллелограмм

$BD = 16$, $AC = 20$

Найдите: S_{ABCD}

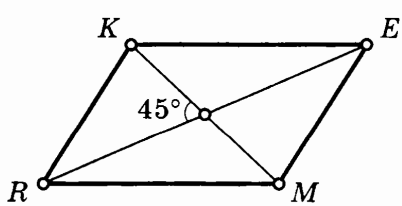


11

Дано: $KEMR$ — параллелограмм

$KM = 12$, $RE = 20$

Найдите: S_{KEMR}

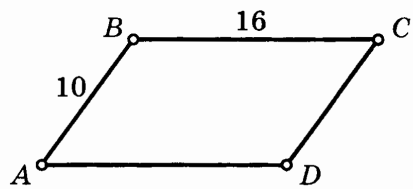


12

Дано: $ABCD$ — параллелограмм

$\cos \angle B = -0{,}6$

Найдите: S_{ABCD}

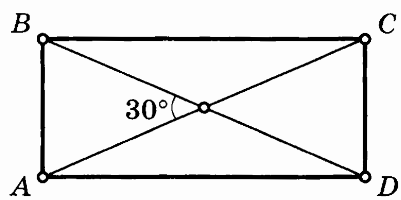


13

Дано: $ABCD$ — прямоугольник

$AC = 26$

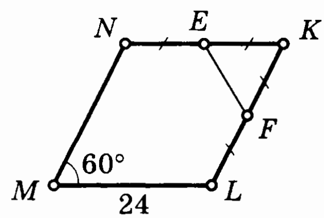
Найдите: S_{ABCD}



14

Дано: $MNKL$ — параллелограмм

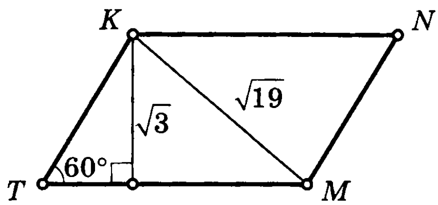
Найдите: $S_{\Delta EKF}$ — ?



Окончание табл. 6

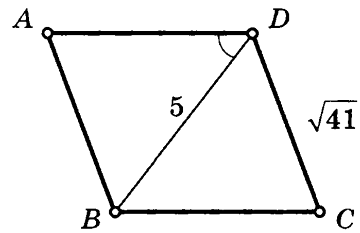
15

Дано: $TKNM$ — параллелограмм
Найдите: S_{TKNM}



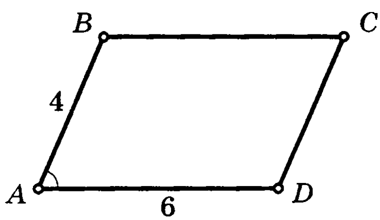
17

Дано: $ABCD$ — параллелограмм
$\sin \angle ADB = 4/5$
Найдите: S_{ABCD}



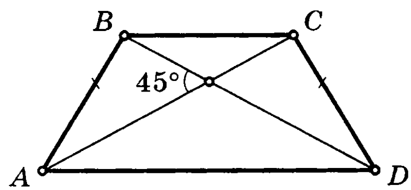
16

Дано: $ABCD$ — параллелограмм
$\cos \angle A = 1/3$
Найдите: S_{ABCD}



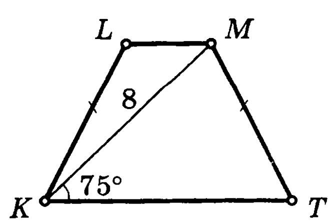
18

Дано: $ABCD$ — трапеция
$AC = 8$
Найдите: S_{ABCD}



19

Дано: $KLMT$ — трапеция
Найдите: S_{KLMT}

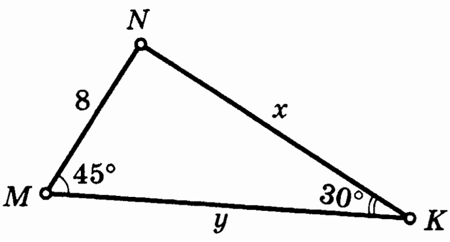


РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ТЕОРЕМА СИНУСОВ

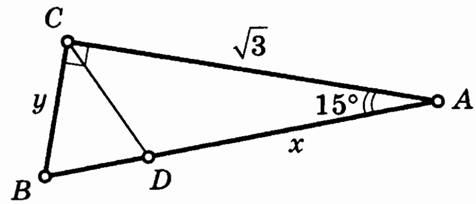
Таблица 7

Найдите x, y.

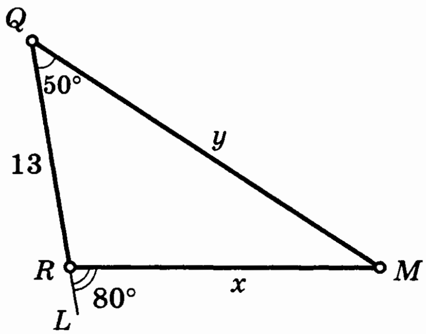
1



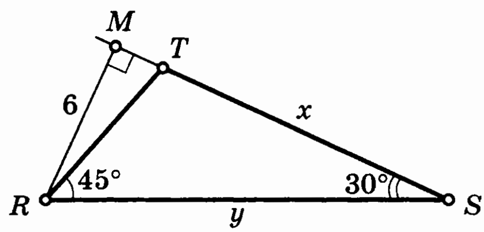
5 CD — биссектриса



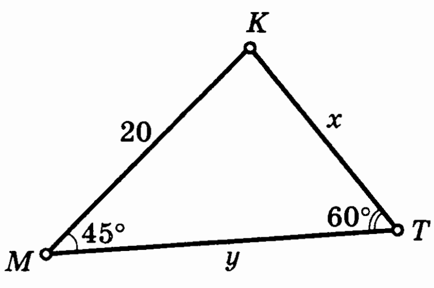
2



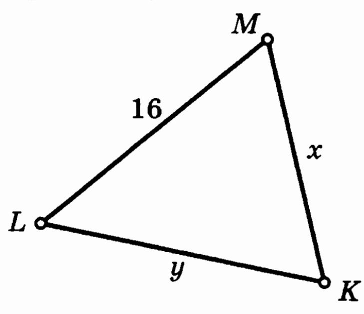
6



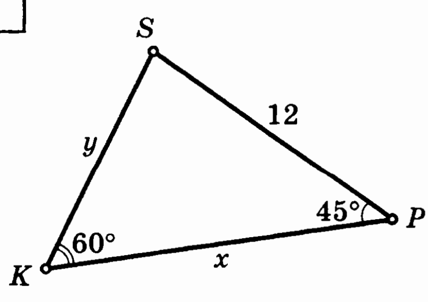
3



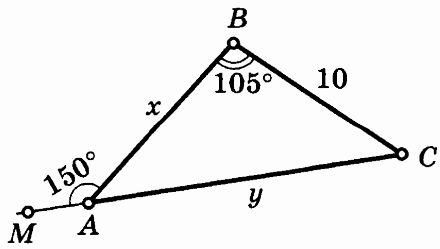
7 $\angle K : \angle L : \angle M = 4 : 2 : 3$



4



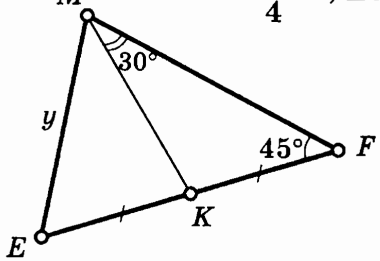
8



Продолжение табл. 7

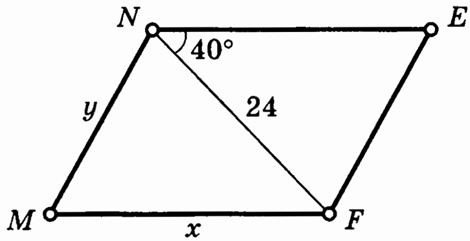
9

$MK = \dfrac{13\sqrt{2}}{4}$, $EF = x$

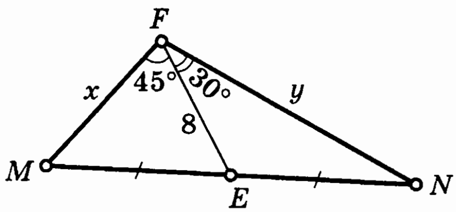


13

$MNEF$ — параллелограмм
$\angle MFE = 120°$

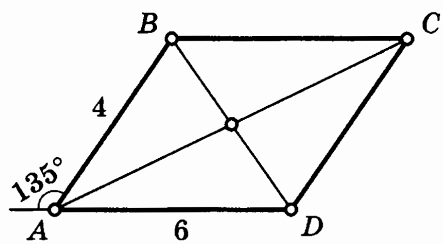


10

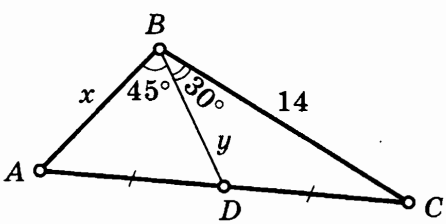


14

$ABCD$ — параллелограмм
$BD = x$, $AC = y$

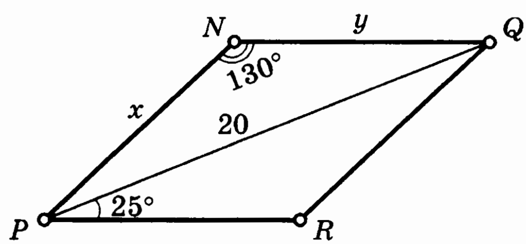


11



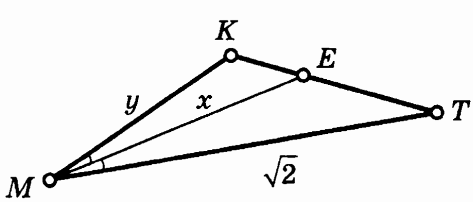
15

$PNQR$ — параллелограмм
$PQ = 20$



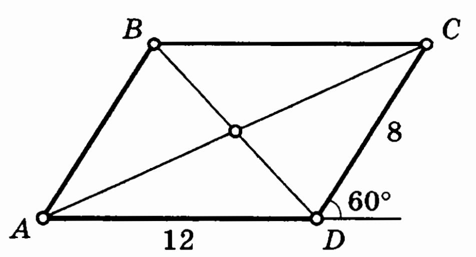
12

ME — биссектриса
$\angle M = 30°$
$MK = KT = y$



16

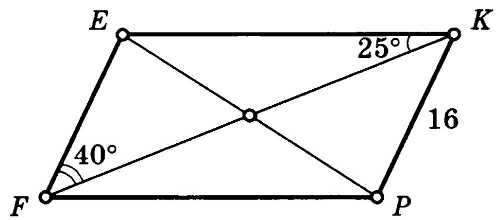
$ABCD$ — параллелограмм
$AC = x$, $BD = y$



Окончание табл. 7

17

FEKP — параллелограмм
$EP = x$, $FK = y$

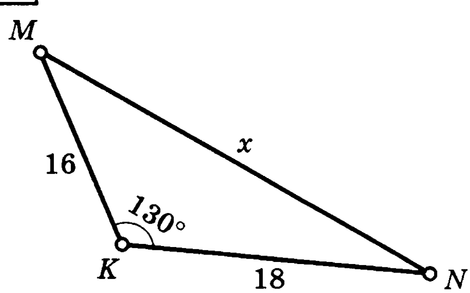


РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

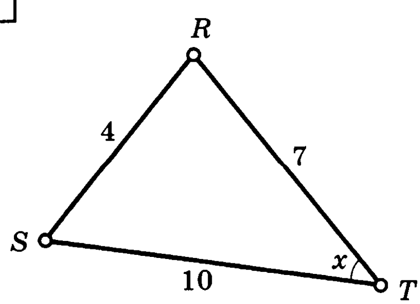
Таблица 8

Найдите x, y.

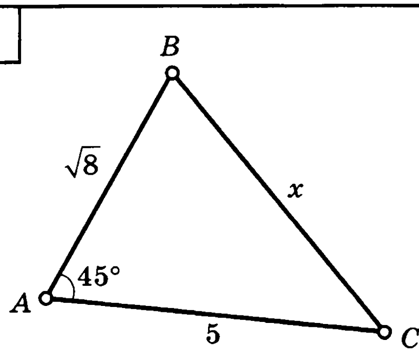
1



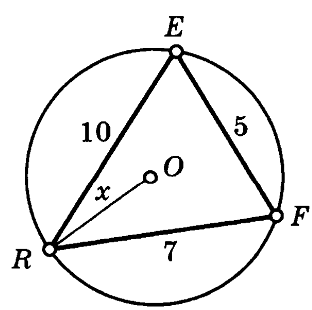
2



3



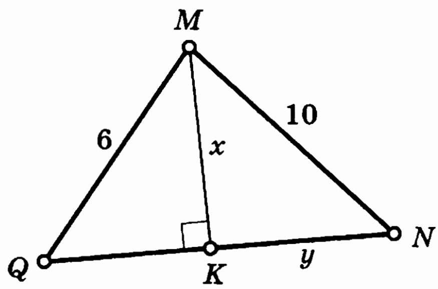
4



Продолжение табл. 8

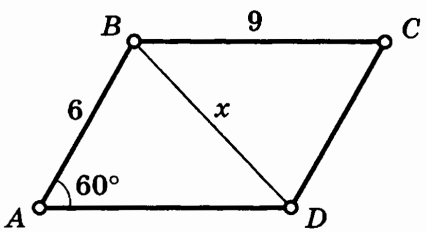
5

$QN = 12$



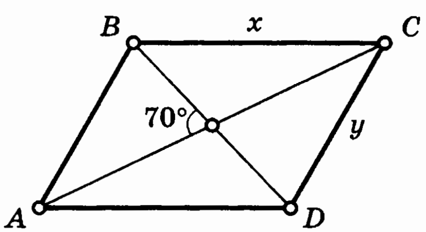
6

$ABCD$ — параллелограмм



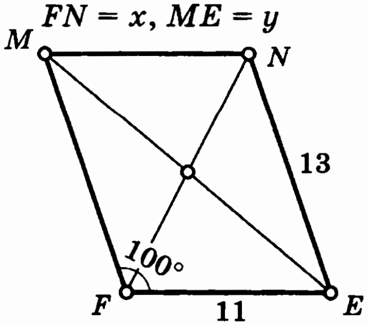
7

$ABCD$ — параллелограмм
$AC = 8$, $BD = 6$



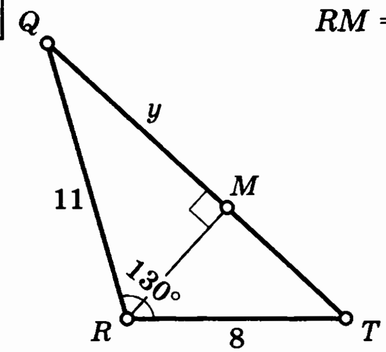
8

$MNEF$ — параллелограмм
$FN = x$, $ME = y$

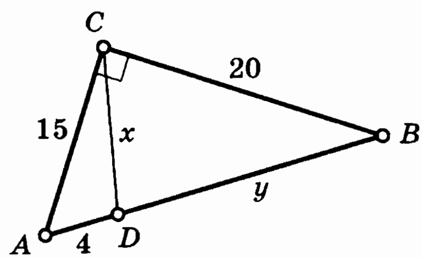


9

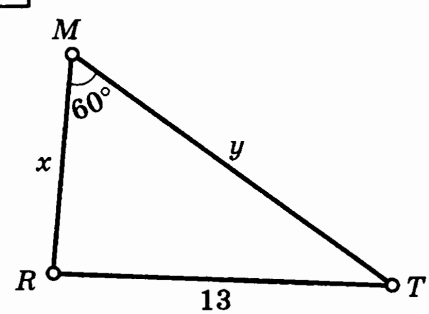
$RM = x$



10

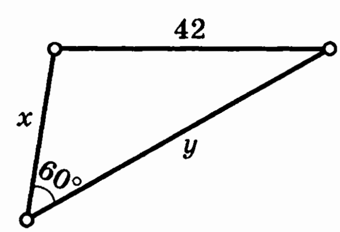


11



12

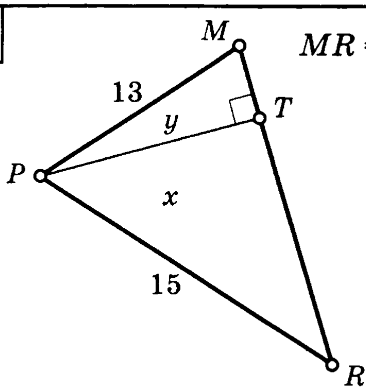
$x : y = 3 : 8$



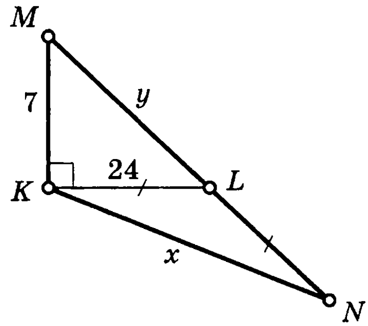
Продолжение табл. 8

13

$MR = 14$

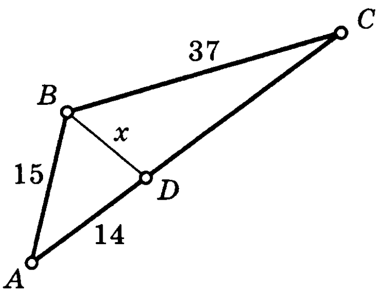


17



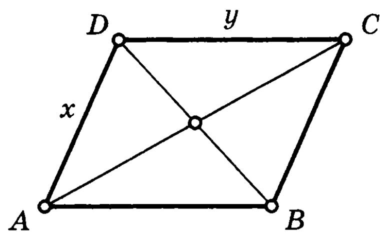
14

$AC = 44$



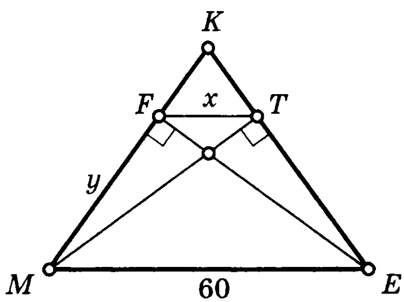
18

$ABCD$ — параллелограмм
$x : y = 2 : 3$
$BD = 17, AC = 19$



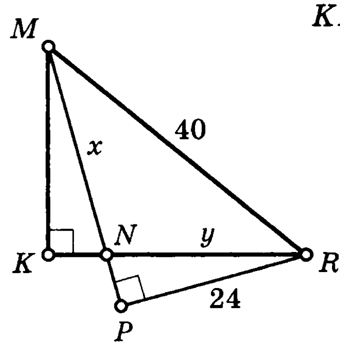
15

$ME \parallel FT$, $MK = EK = 50$



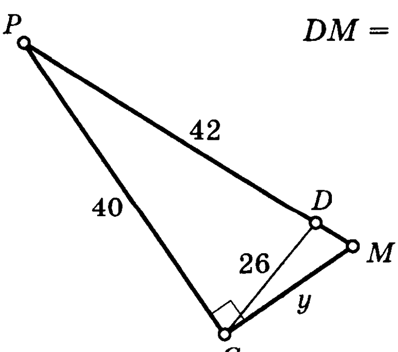
19

$KN = 7$



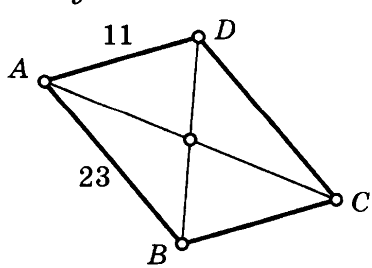
16

$DM = x$



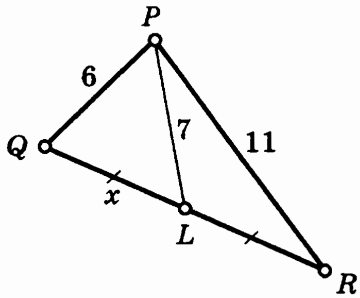
20

$ABCD$ — параллелограмм
$BD = x, AC = y$
$x : y = 2 : 3$



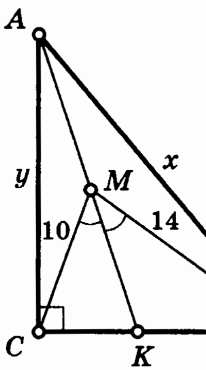
Окончание табл. 8

21



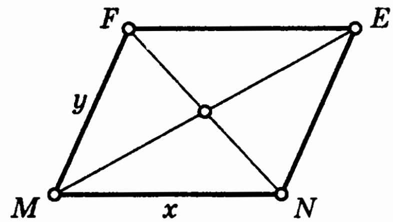
22

$BC = 18$



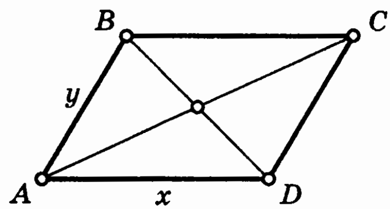
23

$MFEN$ — параллелограмм
$ME = 14$, $FN = 12$
$x - y = 4$



24

$ABCD$ — параллелограмм
$AD = BD = x$, $AB = y$
$x - y = 11$, $AC - BD = 2$



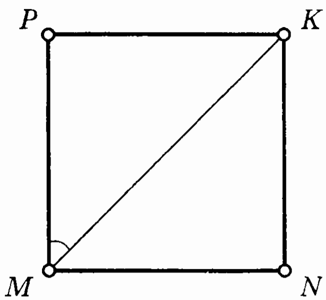
СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Таблица 9

1

$MNKP$ — квадрат

Найдите: $\widehat{\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MK}}$

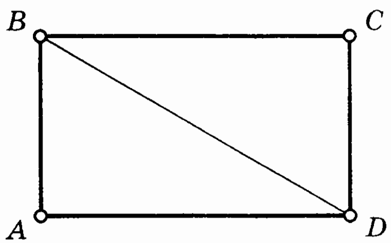


2

$ABCD$ — прямоугольник

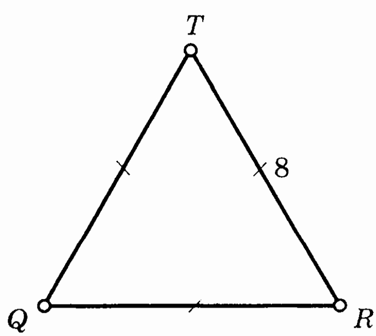
$|\overrightarrow{BA}| = 6$, $|\overrightarrow{BC}| = 8$

Найдите: $|\overrightarrow{BD}|$



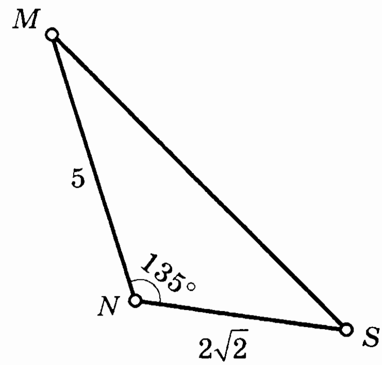
3

Найдите: $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{RT}$



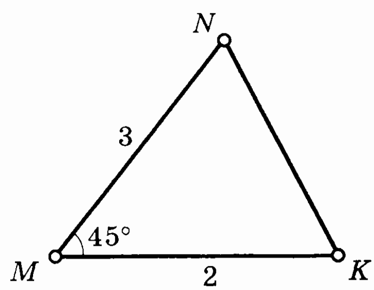
4

Найдите: $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NS}$



5

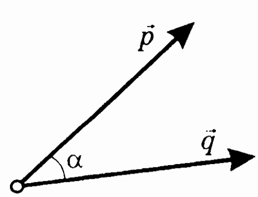
Найдите: $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MK}$



6

$\vec{p}\ \{3; -4\}$, $\vec{q}\ \{15, 8\}$

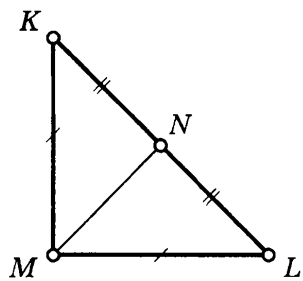
Найдите: $\cos \alpha$



Продолжение табл. 9

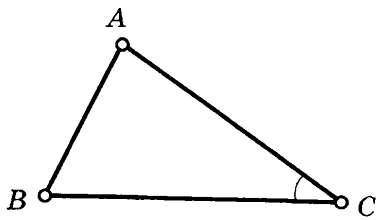
7

$\angle KML = 90°$, $KL = 2\sqrt{2}$
Найдите: $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{KL}$



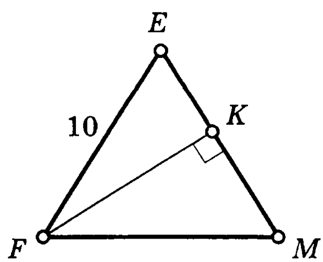
8

$A\,(-4;\ 8)$, $B\,(2;\ 14)$, $C\,(4;\ 0)$
Найдите: $\cos \angle C$



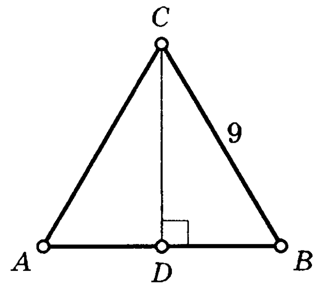
9

ΔFEM
$FE = EM = FM$
Найдите: $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EM}$



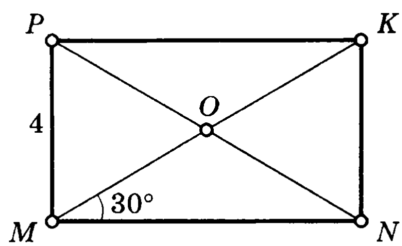
10

ΔABC
$AB = AC = BC$
Найдите: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$



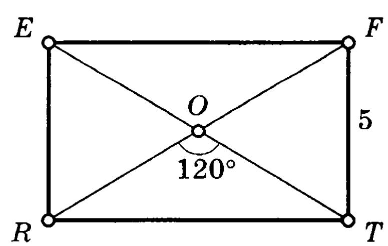
11

$MNKP$ — прямоугольник
Найдите: $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OM}$



12

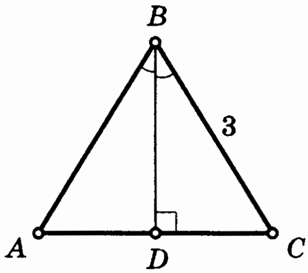
$REFT$ — прямоугольник
Найдите: $\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{FT}$



Продолжение табл. 9

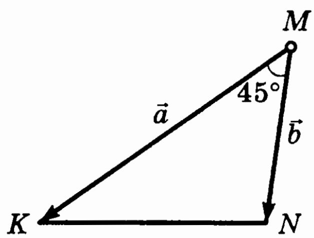
13

ΔABC — равносторонний
Найдите: $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$



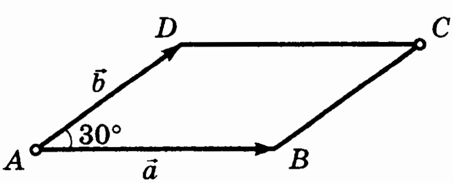
14

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$
Найдите: $S_{\Delta MKN}$



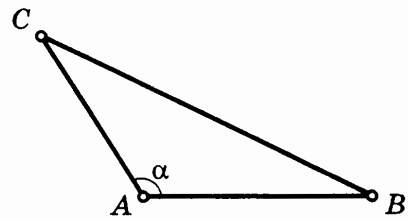
15

$ABCD$ — параллелограмм
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$
Найдите: S_{ABCD}



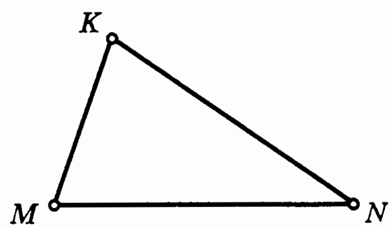
16

$A\ (2;\ 4)$, $B\ (2;\ 8)$, $C\ (6;\ 4)$
Найдите: $\angle CAB$



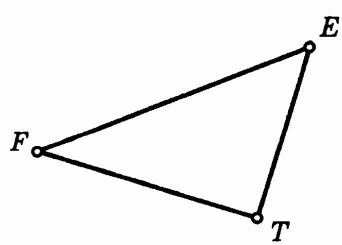
17

$M\ (-1;\ \sqrt{3})$, $N\ (1;\ -\sqrt{3})$
$K\ (0{,}5;\ \sqrt{3})$
Найдите: $\angle M$



18

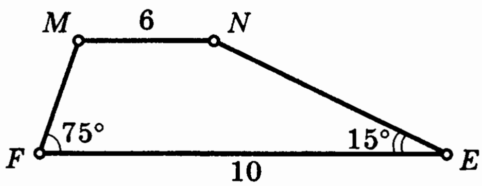
$E\ (-1;\ 5)$, $F\ (2;\ 8)$, $T\ (3;\ 1)$
Найдите: $\cos \angle E$



Окончание табл. 9

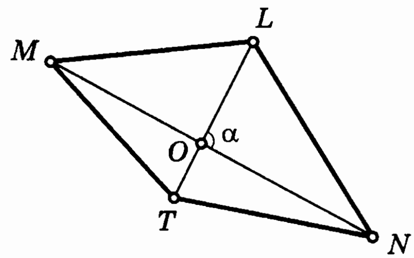
19

$FMNE$ — трапеция
Найдите: $\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{NM}$



20

T (3; 3), L (4,5; 5,5)
M (1; 5), N (6; 2)
Найдите: $\angle LON$



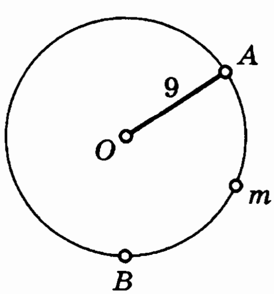
ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. ДЛИНА ДУГИ

Таблица 10

C — длина окружности, l — длина дуги.

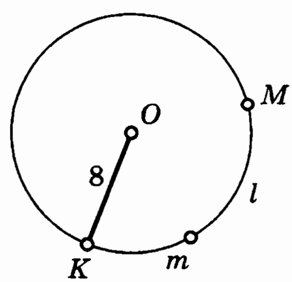
1

$\smile AmB = 120°$
Найдите: l



2

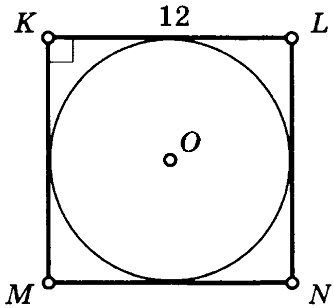
$l = 3\pi$
Найдите: $\smile KmM$



Продолжение табл. 10

3

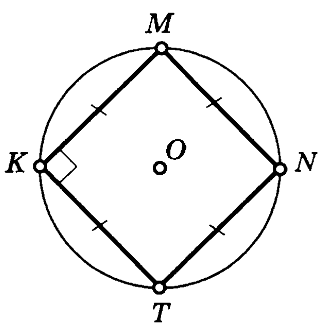
Найдите: C



4

$C = 4\pi$

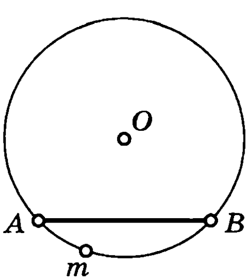
Найдите: S_{KMNT}



5

$\smile AmB = 120°$, $C = 8\pi\sqrt{3}$

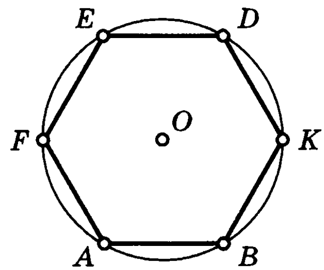
Найдите: AB



6

$S_{\Delta ABKDEF} = 72\sqrt{3}$

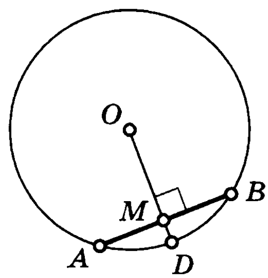
Найдите: C



7

$OM = 12$, $AB = 10$

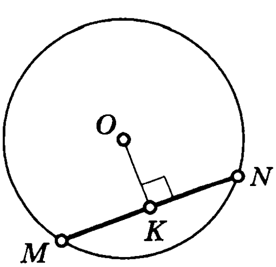
Найдите: C



8

$MN = 48$, $OK = 10$

Найдите: C

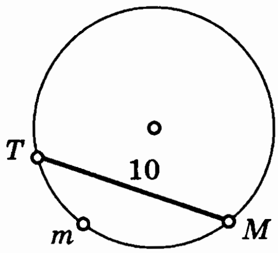


Продолжение табл. 10

9

$\cup TmM = 120°$

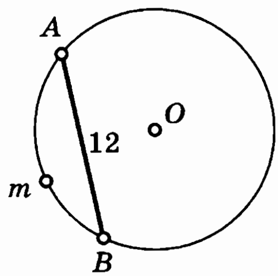
Найдите: l



10

$C = 24\pi$

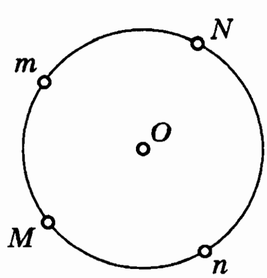
Найдите: $\cup AmB$



11

$\cup MmN : \cup NnM = 2 : 3$

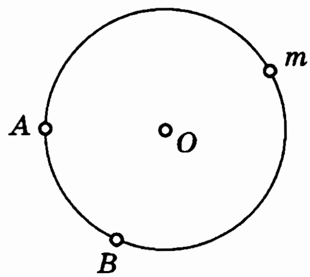
Найдите: $\cup MmN$, $\cup NnM$



12

$\cup AmB - \cup BA = 90°$

Найдите: $\cup AmB$, $\cup BA$

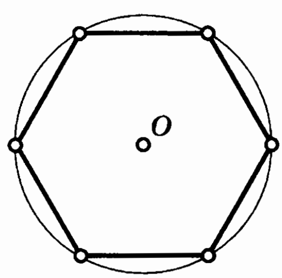


13

P — периметр

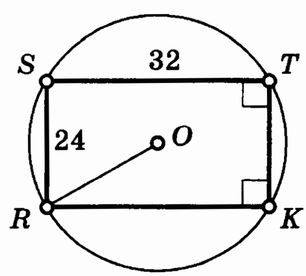
$C - P = 7$

Найдите: C



14

Найдите: C

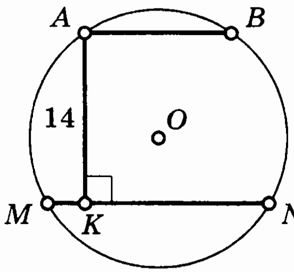


Продолжение табл. 10

15

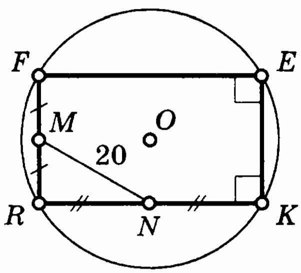
$AB \parallel MN$, $MN = 16$, $AB = 12$

Найдите: C



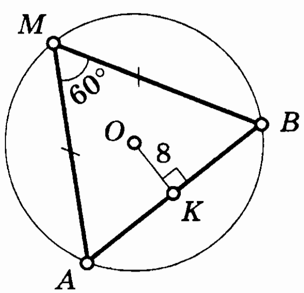
16

Найдите: C



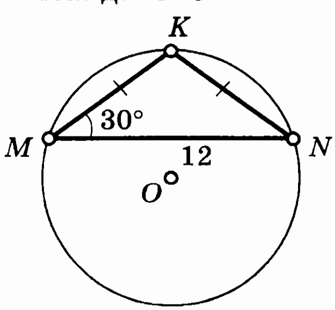
17

Найдите: C



18

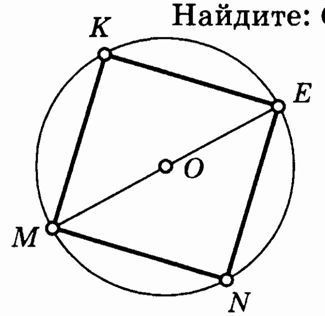
Найдите: C



19

$ME = 7\sqrt{5}$

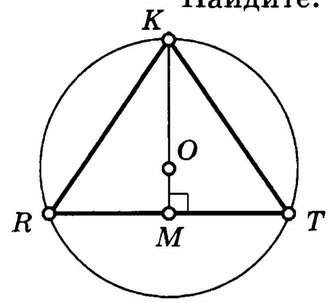
Найдите: C



20

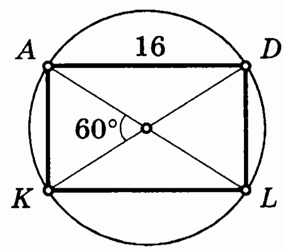
$KM = 6$, $RT = 14$

Найдите: C



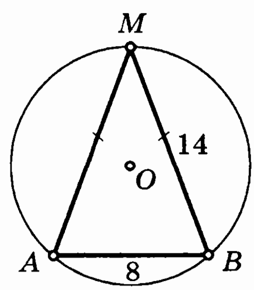
21

Найдите: C



22

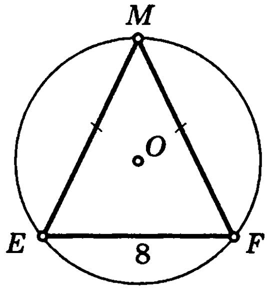
Найдите: C



Окончание табл. 10

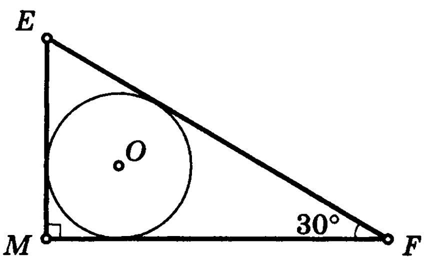
23

Найдите: C



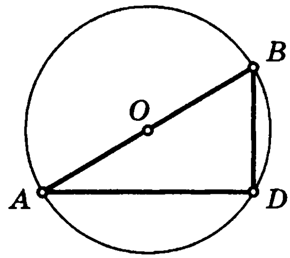
24

$EF = 16$
Найдите: C



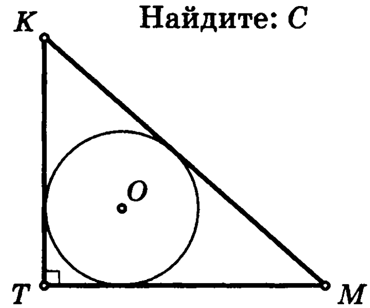
25

$BD = 12$, $AD = 16$
Найдите: C



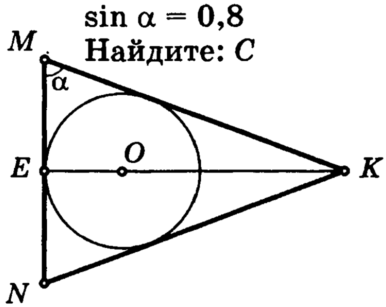
26

$KM = 6$, $KT = TM$
Найдите: C



27

$KE = 20$, $KM = KN = 25$
$\sin \alpha = 0{,}8$
Найдите: C



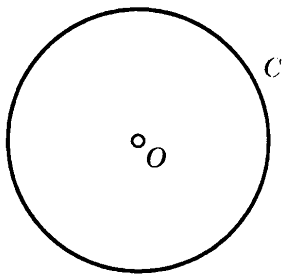
ПЛОЩАДЬ КРУГА

Таблица 11

C — длина окружности, l — длина дуги . Найдите $S_{кр}$.

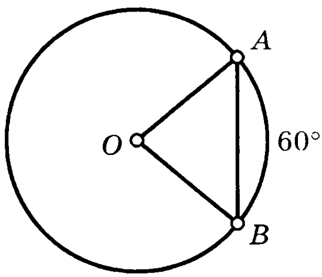
1

$C = 4\sqrt{\pi}$



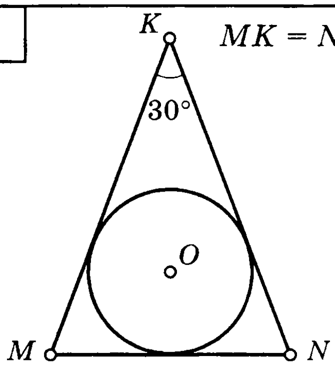
2

$AB = 8$



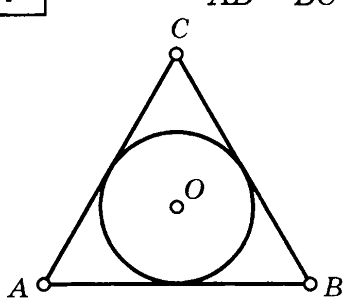
3

$MK = NK = 20$

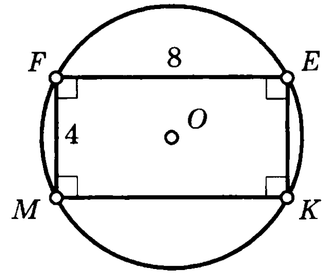


4

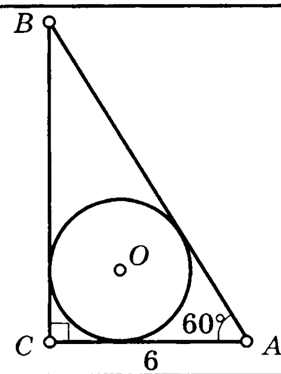
$AB = BC = AC = 12$



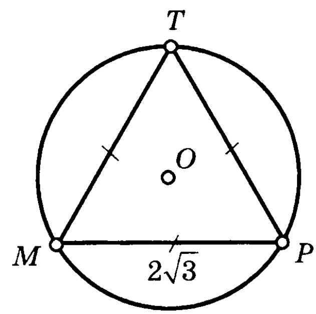
5



6

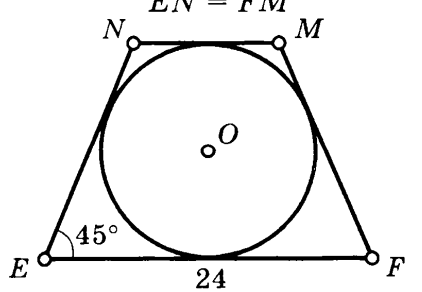


7



8

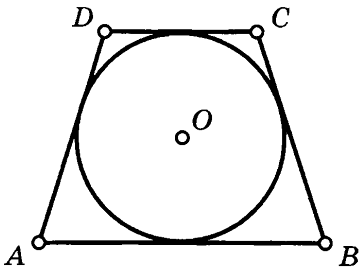
$ENMF$ — трапеция
$EN = FM$



Продолжение табл. 11

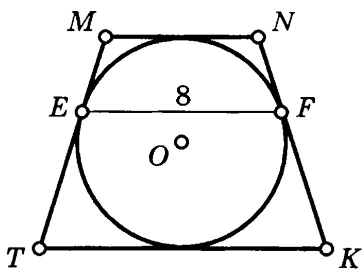
9

$ABCD$ — трапеция
$AD = BC = 6$, $S = 12$



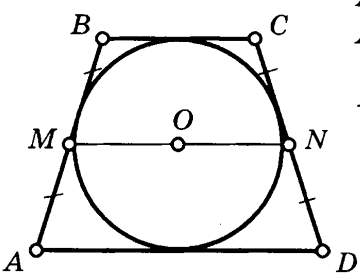
10

$TMNK$ — трапеция
$TM = KN$, $S_{TMNK} = 125$



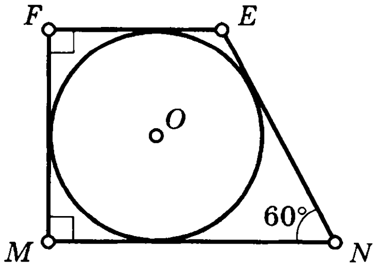
11

$ABCD$ — трапеция
$AB = CD$,
$AD = 2\,BC$,
$MN = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$



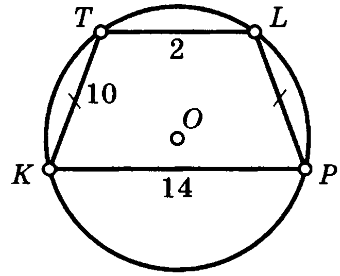
12

$S_{MFEN} = 2 + \dfrac{4}{\sqrt{3}}$



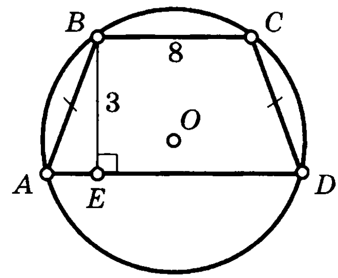
13

$KTLP$ — трапеция



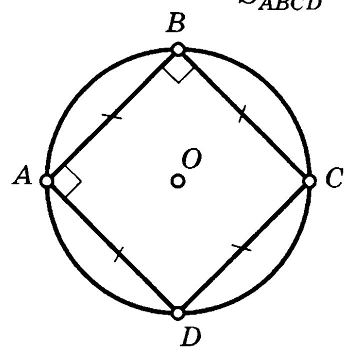
14

$ABCD$ — трапеция
$AD = 10$



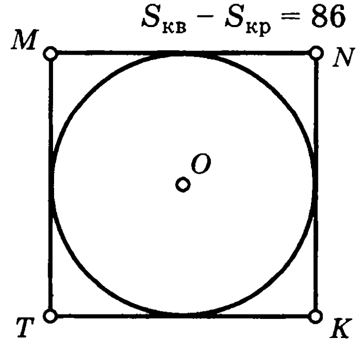
15

$S_{ABCD} = 121$



16

$MNKT$ — квадрат
$S_{кв} - S_{кр} = 86$

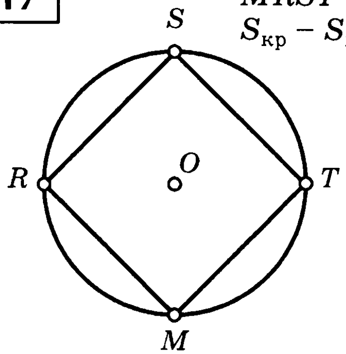


Окончание табл. 11

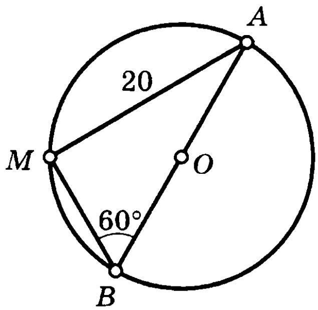
17

$MRST$ — квадрат

$S_{кр} - S_{кв} = 456$

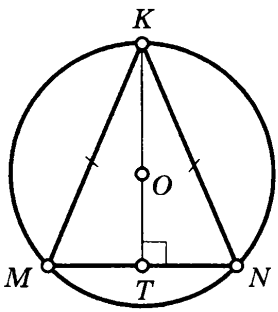


18



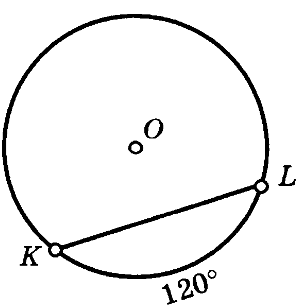
19

$MN = 14,\ KT = 24$



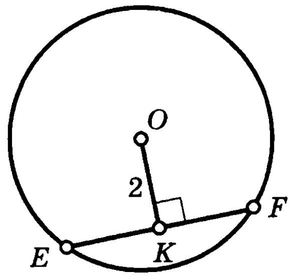
20

$KL = \dfrac{3}{\sqrt{\pi}}$



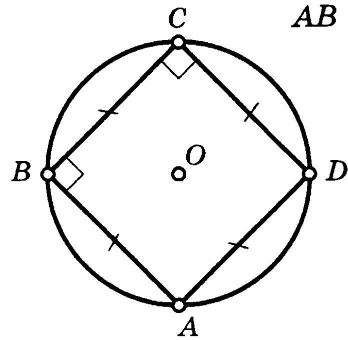
21

$EF = 3$



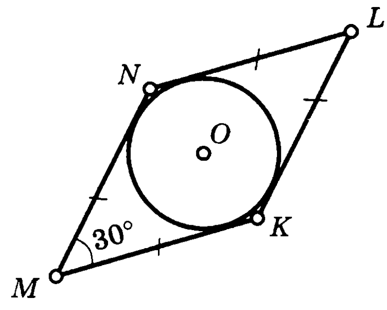
22

$AB = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}}$



23

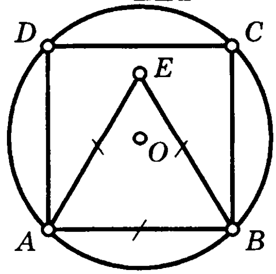
$S_{MKLN} = 40$



24

$ABCD$ — квадрат

$S_{\Delta ABE} = 16\sqrt{3}$

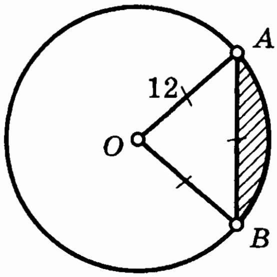


ПЛОЩАДЬ КРУГА

Таблица 12

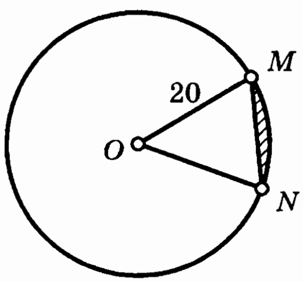
Найдите площадь заштрихованной фигуры.

1

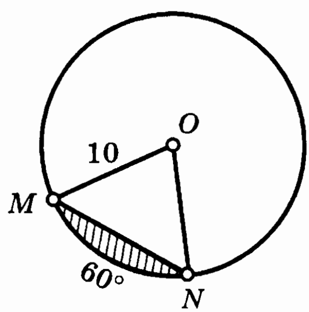


2

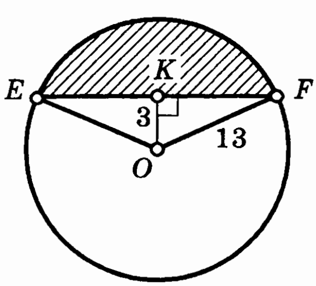
$MN = 12$



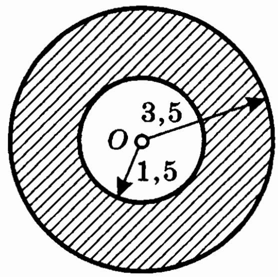
3



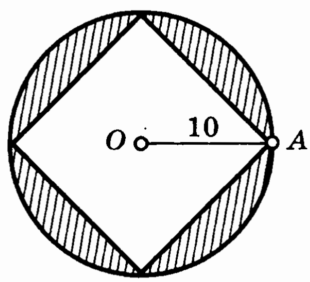
4



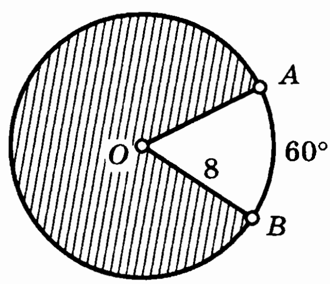
5



6

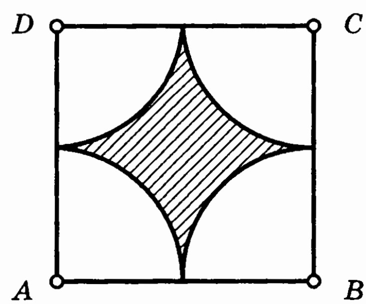


7



8

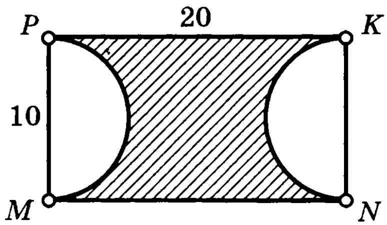
$ABCD$ — квадрат, $AB = 8$



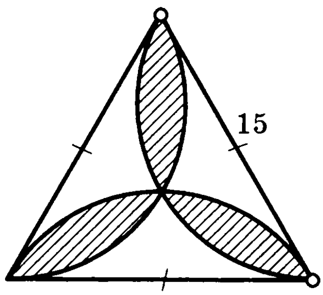
Окончание табл. 12

9

$\smile MP = \smile NK = 180^\circ$

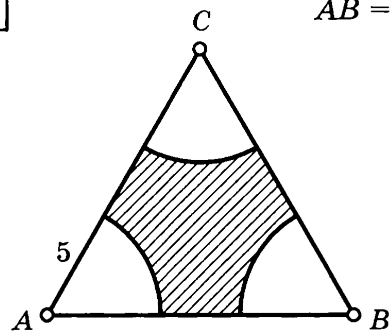


10



11

$AB = 16$



12

$MNKT$ — квадрат